

Министерство здравоохранения Республики Беларусь
Витебский государственный медицинский университет

А.П. Баранов, М.Ф. Клименок

КУРС ЛЕКЦИЙ ПО МЕДИЦИНСКОЙ И БИОЛОГИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

Для студентов лечебно-профилактического факультета

Библиотека ВГМУ



**Витебск
2002**

УДК: 61+53 (042.3/4)
ББК ~~5+28.071~~
Б 24

Рецензенты:

заведующий кафедрой физики и высшей математике Витебской государственной академии ветеринарной медицины, кандидат биологических наук, доцент В.И. Соболевский;
заведующий кафедрой общей и прикладной физики Витебского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент М.П. Шмидт.

298693

Баранов А.П., Клименок М.Ф.

Б 24 Курс лекций по медицинской и биологической физике. – Витебск, ВГМУ, 2002. – 243 с.

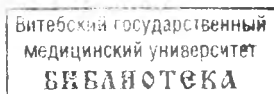
ISBN 985-6461-90-1

Курс лекций подготовлен в соответствии с типовой программой по «Медицинской и биологической физике с основами высшей математике», утверждённой МЗ РБ в 1997 г. В лекциях изложено современное состояние наиболее важных разделов биофизики, рассмотрено применение изучаемых физических явлений в биологии и практической медицине. Количественное описание биологических процессов даётся с применением методов математического анализа в объёме, не выходящем за рамки подготовки студентов медицинских вузов по высшей математике.

Курс лекций предназначен для студентов лечебно-профилактического факультета. Отдельные лекции курса могут быть использованы студентами фармацевтического и стоматологического факультетов.

Рекомендовано к изданию Центральным учебно-научно-методическим Советом непрерывного медицинского и фармацевтического образования Витебского государственного медицинского университета (22.01.2002г., протокол №1).

УДК: 61+53 (042.3/4)
ББК 5+28.071



нр 2010

© Баранов А.П., Клименок М.Ф., 2002
© Витебский государственный
медицинский университет, 2002

ISBN 985-6461-90-1

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	4
Лекция 1. Производная и дифференциал функции. Частные производные.	5
Лекция 2. Неопределённый интеграл. Определённый интеграл. Дифференциальные уравнения.	13
Лекция 3. Элементы теории вероятности и математической статистики.	21
Лекция 4. Основные законы кинематики и динамики вращательного движения. Механические свойства биотканей. Биомеханические процессы в опорно-двигательном аппарате человека.	32
Лекция 5. Механические колебания.	43
Лекция 6. Механические волны. Акустика.	51
Лекция 7. Характеристики слухового ощущения. Ультразвук. Инфразвук.	59
Лекция 8. Гидродинамика вязкой жидкости.	68
Лекция 9. Физические основы гемодинамики.	76
Лекция 10. Электрический диполь. Физические основы электрокардиографии.	87
Лекция 11. Постоянный ток. Действие постоянного тока на организм.	96
Лекция 12. Переменный ток. Природа ёмкостных свойств тканей организма.	105
Лекция 13. Магнитное поле. Действие магнитных полей на организм человека.	114
Лекция 14. Высокочастотная электротерапия и электрохирургия.	123
Лекция 15. Физические основы строения и функционирования биологических мембран. Явление переноса.	132
Лекция 16. Транспорт веществ через биологические мембраны.	142
Лекция 17. Биоэлектрические потенциалы.	150
Лекция 18. Интерференция и дифракция света. Принцип рентгеноструктурного анализа.	159
Лекция 19. Оптическая система глаза. Биофизические основы зрительной рецепции.	169
Лекция 20. Оптическая и электронная микроскопия. Волоконная оптика.	181
Лекция 21. Тепловое излучение. Фотозффект.	193
Лекция 22. Люминесценция. Вынужденное излучение.	203
Лекция 23. Рентгеновское излучение.	214
Лекция 24. Радиоактивность.	224
Лекция 25. Дозиметрия ионизирующего излучения.	234

ПРЕДИСЛОВИЕ

В современных условиях при подготовке высококвалифицированных специалистов любого профиля большое внимание уделяется изучению фундаментальных дисциплин.

Достижения современной медицины в значительной мере обусловлены успехами физики, биофизики, электроники, медицинского приборостроения. Об этом свидетельствует анализ квалифицированных характеристик врачей различных специальностей и программ ряда клинических дисциплин.

Природа ряда заболеваний и механизмы выздоровления в целом ряде случаев имеют биофизическое объяснение. В связи с этим студенты лечебно-профилактического факультета уже на 1-ом курсе получают общую и специальную подготовку по физике, биофизике, высшей математике в курсе «Медицинская и биологическая физика с основами высшей математики», основой которого является физика, ориентированная на решение медико-биологических задач.

Курс лекций составлен в соответствии с типовой программой по медицинской и биологической физике для студентов лечебно-профилактического факультета, утвержденной Министерством здравоохранения Республики Беларусь в 1977 году.

Учебное пособие будет способствовать сокращению времени на подготовку студентов к практическим и лабораторным занятиям и позволит изучать отдельные вопросы программного материала самостоятельно.

В качестве вводного раздела к основному материалу в трех первых лекциях излагаются некоторые вопросы высшей математики, позволяющие читать курс медицинской и биологической физики в соответствии с требованиями, предъявляемыми программой по данной дисциплине.

В лекциях изложено современное состояние наиболее важных разделов физики и биофизики, рассмотрено применение изучаемых физических явлений в биологии и практической медицине.

К тексту лекций подобран необходимый иллюстрационный материал, который в полной мере соответствует содержанию излагаемых вопросов и будет способствовать лучшему усвоению теоретической части дисциплины.

ЛЕКЦИЯ №1**ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ.
ЧАСТНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ.****1. Понятие производной, ее механический и геометрический смысл.****а) Приращение аргумента и функции.**

Пусть дана функция $y=f(x)$, где x – значение аргумента из области определения функции. Если выбрать два значения аргумента x_0 и x из определенного интервала области определения функции, то разность между двумя значениями аргумента называется приращением аргумента:

$$x - x_0 = \Delta x.$$

Значение аргумента x можно определить через x_0 и его приращение:

$$x = x_0 + \Delta x.$$

Разность между двумя значениями функции называется приращением функции: $\Delta y = \Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$.

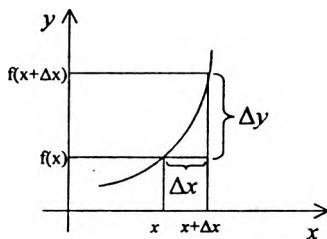


Рис 1

Приращение аргумента и функции можно представить графически (рис.1). Приращение аргумента и приращение функции может быть как положительным, так и отрицательным. Как следует из рис.1 геометрически приращение аргумента Δx изображается приращением абсциссы, а приращение функции Δy – приращением ординаты. Вычисление прира-

щения функции следует проводить в следующем порядке:

- 1) даем аргументу приращение Δx и получаем значение $x + \Delta x$;
- 2) находим значение функции для значения аргумента $x + \Delta x$ – $f(x + \Delta x)$;
- 3) находим приращение функции $\Delta f = f(x + \Delta x) - f(x)$.

Пример: Определить приращение функции $y=x^2$, если аргумент изменился от $x_0=1$ до $x=3$. Для точки x_0 значение функции $f(x_0)=x_0^2$; для точки $(x_0+\Delta x)$ значение функции $f(x_0+\Delta x) = (x_0+\Delta x)^2 = x_0^2 + 2x_0\Delta x + \Delta x^2$, откуда $\Delta f = f(x_0+\Delta x) - f(x_0) = (x_0+\Delta x)^2 - x_0^2 = x_0^2 + 2x_0\Delta x + \Delta x^2 - x_0^2 = 2x_0\Delta x + \Delta x^2$; $\Delta f = 2x_0\Delta x + \Delta x^2$; $\Delta x = 3-1 = 2$; $\Delta f = 2 \cdot 1 \cdot 2 + 4 = 8$.

6) Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной, ее физический смысл.

Понятие приращения аргумента и функции необходимы для введения понятия производной, которое исторически возникло исходя из необходимости определения скорости тех или иных процессов.

Рассмотрим, каким образом можно определить скорость прямолинейного движения. Пусть тело движется прямолинейно по закону: $\Delta S = v \cdot \Delta t$. Для равномерного движения: $v = \Delta S / \Delta t$.

Для переменного движения значение $\Delta S / \Delta t$ определяет значение $v_{\text{ср.}}$, т.е. $v_{\text{ср.}} = \Delta S / \Delta t$. Но средняя скорость не дает возможности отразить особенности движения тела и дать представление об истинной скорости в момент времени t . При уменьшении промежутка времени, т.е. при $\Delta t \rightarrow 0$ средняя скорость стремится к своему пределу – мгновенной скорости:

$$v_{\text{мгн.}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{\text{ср.}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta S / \Delta t.$$

Таким же образом определяется и мгновенная скорость химической реакции:

$$v_{\text{мгн.}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{\text{ср.}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta x / \Delta t,$$

где x – количество вещества, образовавшееся при химической реакции за время t . Подобные задачи по определению скорости различных процессов привели к введению в математике понятия производной функции.

Пусть дана непрерывная функция $f(x)$, определенная на интервале $[a, b]$ и ее приращение $\Delta f = f(x + \Delta x) - f(x)$. Отношение $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ является функцией Δx и выражает среднюю скорость изменения функции.

Предел отношения $\frac{\Delta f}{\Delta x}$, когда $\Delta x \rightarrow 0$, при условии, что этот предел существует, называется производной функции:

$$y'_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Производная обозначается: y'_x – игрек штрих по икс; $f'(x)$ – эф штрих по икс; y' – игрек штрих; dy/dx – дэ игрек по дэ икс; \dot{y} – игрек с точкой.

Исходя из определения производной, можно сказать, что мгновенная скорость прямолинейного движения есть производная от пути по времени:

$$v_{\text{мгн.}} = S'_t = f(t).$$

Таким образом, можно сделать вывод, что производная функции по аргументу x есть мгновенная скорость изменения функции $f(x)$:

$$y'_x = f'(x) = \vartheta_{\text{мгн.}}$$

В этом и заключается физический смысл производной. Процесс нахождения производной называется дифференцированием, поэтому выражение «продифференцировать функцию» равносильно выражению «найти производную функции».

в) Геометрический смысл производной.

Производная функции $y = f(x)$ имеет простой геометрический смысл, связанный с понятием касательной к кривой линии в некоторой точке M . При этом, касательную, т.е. прямую линию аналитически выражают в виде $y = kx = \operatorname{tg} \alpha \cdot x$, где α – угол наклона касательной (прямой) к оси X . Представим непрерывную кривую как функцию

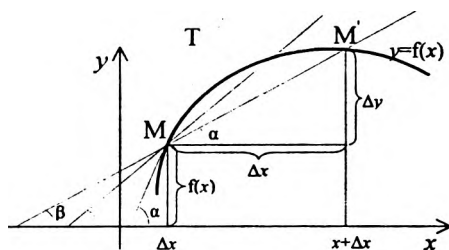


Рис 2

$y = f(x)$, возьмем на кривой точку M и близкую к ней точку M_1 и приведем через нее секущую. Ее угловым коэффициентом $k_{\text{сек}} = \operatorname{tg} \beta = \frac{\Delta y}{\Delta x}$. Если приближать точку M_1 к M , то приращение аргумента Δx будет стремиться к нулю, а секущая при $\beta = \alpha$ займет по-

ложение касательной. Из рис.2 следует: $\operatorname{tg} \alpha = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \operatorname{tg} \beta = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = y'_x$.

Но $\operatorname{tg} \alpha$ равен угловому коэффициенту касательной к графику функции:

$k = \operatorname{tg} \alpha = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = y'_x = f'(x)$. Итак, угловым коэффициентом касательной к графику функции в данной точке равен значению ее производной в точке касания. В этом и состоит геометрический смысл производной.

г) Общее правило нахождения производной.

Исходя из определения производной, процесс дифференцирования функции можно представить следующим образом:

1) выбрав некоторое значение аргумента x , дадут ему приращение Δx и находят приращенное значение функции в точке $(x + \Delta x)$, равное $f(x + \Delta x) = f(x) + \Delta f$;

- 2) находят приращение функции: $\Delta f = f(x + \Delta x) - f(x)$;
 3) составляют отношение приращения функции к приращению аргумента:

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x};$$

- 4) находят предел отношения $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ при $\Delta x \rightarrow 0$, если этот предел существует:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = f'(x).$$

Пример: $f(x) = x^2$; $f'(x) = ?$.

- 1) $f(x + \Delta x) = (x + \Delta x)^2$;
- 2) $\Delta f = f(x + \Delta x) - f(x) = (x + \Delta x)^2 - x^2 = x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2 - x^2 = 2x\Delta x + \Delta x^2$;
- 3) $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{2x\Delta x + \Delta x^2}{\Delta x} = 2x + \Delta x$;
- 4) $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (2x + \Delta x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 2x + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta x = 2x$;
- 5) $f'(x) = 2x$.

Однако, как видно даже из этого простого примера, применение указанной последовательности при взятии производных – процесс трудоемкий и сложный. Поэтому для различных функций вводятся общие формулы дифференцирования, которые представлены в виде таблицы «Основных формул дифференцирования функций».

2. Производная сложной функции.

Функция является сложной, если она может быть представлена в виде функции от функции $y = f[\varphi(x)]$, где $y = f(u)$, а $u = \varphi(x)$, где u – промежуточный аргумент. Любую сложную функцию можно представить в виде элементарных функций (простых), которые являются ее промежуточными аргументами.

Примеры:

Простые функции:

$$y = x^2$$

$$y = \sin x;$$

$$y = e^x$$

$$y = \ln x$$

Сложные функции:

$$y = (x+1)^2; u = (x+1); y = u^2;$$

$$y = \sin 2x; u = 2x; y = \sin u;$$

$$y = e^{2x}; u = 2x; y = e^u;$$

$$y = \ln(x+2); u = x+2; y = \ln u.$$

Общее правило дифференцирования сложной функции дается приведенной теоремой без доказательства.

Если функция $y = f(x)$ имеет производную $u'_x = f'(x)$ в точке x , а функция $y = f(u)$ производную $u'_u = f'(u)$ в соответствующей точке u , то производная сложной функции $y = f[\varphi(x)]$ в точке x находится по формуле:

$$y'_x = f'(u) \cdot u'(x).$$

Часто используется менее точная, но более короткая формула данной теоремы: производная сложной функции равна произведению производной по промежуточной переменной на производную промежуточной переменной по независимой переменной.

Пример: $y = \sin 2x^2$; $u = 2x^2$; $y = \sin u$;

$$y'_x = (\sin u)'_u \cdot (2x^2)'_x = \cos u \cdot 4x = 4x \cdot \cos 2x^2.$$

3. Производная второго порядка.

Механический смысл второй производной.

Производную функции $y = f(x)$ называют производной первого порядка или просто первой производной функции. Эта производная является функцией от x и её можно дифференцировать вторично. Производная от производной называется производной второго порядка или второй производной. Она обозначается: y''_{xx} – игрек два штриха по икс; $f''(x)$ – эф два штрих по икс; d^2y/dx^2 – дэ два игрек по дэ икс дважды; d^2f/dx^2 – дэ два эф по дэ икс дважды.

Исходя из определения второй производной, можно записать:

$$y''_{xx} = (y'_x)'_x; \quad f''(x) = [f'(x)]'_x \quad d^2y/dx^2 = d/dx (dy/dx).$$

Вторая производная в свою очередь есть функция от x и её можно дифференцировать и получить производную третьего порядка и т.д.

Пример: $y = 2x^3 + x^2$; $y''_{xx} = [(2x^3 + x^2)'_x]'_x = (6x^2 + 2x)'_x = 12x + 2$;

Механический смысл второй производной объясняется на основе мгновенного ускорения, которым характеризуют переменное движение.

Если $S = f(t)$ – уравнение движения, то $v = S'_t$; $a_{cp} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$;

$$a_{мгн.} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} a_{cp} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = v'_t; \quad a_{мгн.} = v'_t = (S'_t)'_t = S''_{tt}.$$

Таким образом, вторая производная от пути по времени равна мгновенному ускорению переменного движения. В этом и заключается физический (механический) смысл 2-ой производной.

Пример: Пусть прямолинейное движение материальной точки происходит по закону $S = t^3/3$. Ускорение материальной точки будет определяться как вторая производная S''_{tt} : $a = S''_{tt} = (t^3/3)'' = 2t$.

4. Дифференциал функции.

С понятием производной тесно связано понятие дифференциала функции, которое имеет важное практическое применение.

Функция $f(x)$ имеет производную $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = f'(x)$;

Согласно теореме (теорему не рассматриваем) о связи бесконечно малой величины $\alpha(\Delta x)$ ($\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \alpha(\Delta x) = 0$) с производной: $\frac{\Delta f}{\Delta x} = f'(x) + \alpha(\Delta x)$, откуда $\Delta f = f'(x) \Delta x + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$.

Из последнего равенства следует, что приращение функции состоит из суммы, каждое слагаемое которой есть бесконечно малая величина при $\Delta x \rightarrow 0$.

Определим порядок малости каждой бесконечно малой величины этой суммы по отношению к бесконечно малой Δx :

$$1) \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x)\Delta x}{\Delta x} = f(x) = \text{const.}$$

Следовательно, бесконечно малые $f(x) \Delta x$ и Δx имеют одинаковый порядок малости.

$$2) \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\alpha(\Delta x)\Delta x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \alpha(\Delta x) = 0.$$

Следовательно, бесконечно малая величина $\alpha(\Delta x)\Delta x$ имеет более высокий порядок малости по отношению к бесконечно малой величине Δx . Это означает, что в выражениях для Δf второе слагаемое $\alpha(\Delta x)\Delta x$ быстрее стремится к 0 при $\Delta x \rightarrow 0$, чем первое слагаемое $f(x)\Delta x$.

Это первое слагаемое $f(x)\Delta x$ называют дифференциалом функции в точке x . Он обозначается dy (дэ игрек) или df (дэ эф). Итак, $dy = df = f(x)\Delta x$ или $dy = f'(x) dx$, т.е. дифференциал dx аргумента равен его приращению Δx (если в формуле $df = f'(x)dx$ принять, что $f(x) = x$, то получим $df = dx = x'_x \Delta x$, но $x'_x = 1$, т.е. $dx = \Delta x$). Итак, дифференциал функции равен произведению этой функции на дифференциал аргумента.

Аналитический смысл дифференциала заключается в том, что дифференциал функции – есть главная часть приращения функции Δf , линейная относительно аргумента Δx . Дифференциал функции отличается от приращения функции на бесконечно малую величину $\alpha(\Delta x)\Delta x$ более высокого порядка малости, чем Δx . Действительно $\Delta f = f'(x)\Delta x + \alpha(\Delta x)\Delta x$ или $\Delta f = df + \alpha(\Delta x)\Delta x$; откуда $df = \Delta f - \alpha(\Delta x)\Delta x$.

Пример: $y = 2x^3 + x^2$; $dy = ?$ $dy = y' dx = (2x^3 + x^2)'_x dx = (6x^2 + 2x) dx$.

Пренебрегая бесконечно малой величиной $\alpha(\Delta x)\Delta x$ более высокого порядка малости, чем Δx , получим $df \approx \Delta f \approx f'(x)dx$ т.е. дифференциал функции может быть использован для приближенного вычисления приращения функции, так как дифференциал обычно вычислять проще. Дифференциал может быть применен и к приближенному вычислению значения функции. Пусть нам известна функция $y = f(x)$ и ее производная в точке x . Необходимо найти функцию $f(x + \Delta x)$ в некоторой близкой точке $(x + \Delta x)$. Для этого воспользуемся приближенным

равенством $\Delta y \approx dy$ или $\Delta y \approx f'(x) \cdot \Delta x$. Учитывая, что $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$, получим $f(x+\Delta x) - f(x) \approx f'(x) \cdot \Delta x$, откуда $f(x+\Delta x) = f(x) + f'(x) \cdot \Delta x$. Полученная формула решает поставленную задачу.

5. Функции многих переменных. Частные производные и дифференциалы.

Большинство процессов, явлений в окружающем нас мире определяются не одной независимой переменной, а несколькими, функционально связанными между собой. Для изучения подобных зависимостей введено понятие функции нескольких аргументов. Например, $S = av$ (площадь); $V = avc$ (объем), $PV = RT$; $P = R \frac{T}{V}$ или $S = f(a, v)$; $V = f(a, v, c)$; $P = f(T, V)$.

В этих случаях часто возникает необходимость определить скорость указанных процессов и другие физические характеристики.

Для функции двух или нескольких переменных рассматриваются вместо обычных производных – частные производные. Пусть дана некоторая функция двух аргументов $z = f(x, y)$. Если мы дадим приращение только одному аргументу, например x , а второй аргумент y зафиксируем, то можно получить частное приращение функции по этому аргументу $\Delta_x f(x, y) = f(x + \Delta x, y) - f(x, y)$. Аналогично разность $\Delta_y f(x, y) = f(x, y + \Delta y) - f(x, y)$ называется частным приращением функции $z = f(x, y)$ по аргументу y .

Частной производной функции двух независимых переменных $z = f(x, y)$ называется производная, взятая по одному из аргументов, а второй аргумент при этом считается постоянным. Например, частная производная функции $z = f(x, y)$ по аргументу x называется предел

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}$, если он существует. Частные производные по аргументам x и y обозначаются следующим образом: z'_x ;

z'_y ; $f_x(x, y)$; $f_y(x, y)$; $\frac{\partial z}{\partial x}$; $\frac{\partial z}{\partial y}$; $\frac{\partial f}{\partial x}$; $\frac{\partial f}{\partial y}$. Частные производные 1-го порядка

функции $z = f(x, y)$ также являются функциями аргументов x и y . Частные производные этих функций называются частными производными второго порядка искомой функции $z = f(x, y)$. Для этой функции можно определить четыре частных производные 2-го порядка:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right); \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right); \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right); \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right).$$

Частные производные $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ и $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ отличаются порядком дифферен-

цирования и называются смешанными частными производными второго порядка.

По аналогии с дифференциалом функции одной независимой переменной частные дифференциалы функции по x и по y будут равны:

$$d_x z = \frac{\partial z}{\partial x} dx; d_y z = \frac{\partial z}{\partial y} dy.$$

Полный дифференциал функции двух независимых переменных будет равен сумме частных дифференциалов: $dz = d_x z + d_y z = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$.

Полный дифференциал функции двух независимых переменных является главной частью полного приращения и может быть использован для приближенных расчетов полного приращения функции $z=f(x,y)$, т.е. $\Delta f \approx df$;

$$\Delta z \approx \Delta f \approx \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy.$$

Абсолютная величина полного приращения функции $|\Delta Z| = |\Delta f|$ при расчете погрешности измерения называется её абсолютной ошибкой. Если заменить полное приращение функции дифференциалом, то её абсолютная ошибка рассчитывается по приведенной формуле полного дифференциала.

Объем цилиндра определяется по формуле $V=\pi R^2 h$, т.е. $V=f(R,h)$. Необходимо определить приращение объема, если R и h получают приращения Δh и ΔR . В этом случае: $\Delta V = dV = \frac{\partial V}{\partial R} dR + \frac{\partial V}{\partial h} dh$, где $dR =$

ΔR , а $dh = \Delta h$.

Пример: Найти частные производные и полный дифференциал функции:

$$Z = 3x^3y^2 + x^2y^2 + y^4$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = (3x^3y^2 + x^2y^2 + y^4)'_x = 9x^2y^2 + 2xy^2; (y = \text{const});$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = (3x^3y^2 + x^2y^2 + y^4)'_y = 6x^3y + 2x^2y + 4y^3; (x = \text{const});$$

$$dz = d_x z + d_y z = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy = (9x^2y^2 + 2xy^2)dx + (6x^3y + 2x^2y + 4y^3)dy.$$

ЛЕКЦИЯ №2

**НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ.
ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ.
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.**

1. Неопределенный интеграл и его свойства.

Многочисленные математические операции образуют пары двух взаимобратных действий. Например, сложение и вычитание, умножение и деление, возведение в целую степень и извлечение корня, логарифмирование и потенцирование. Дифференциальное исчисление решает следующую основную задачу: по данной функции найти ее производную. Обратным действием дифференцирования является интегрирование: для данной функции $f(x)$ найти такую функцию $F(x)$, производная которой равнялась бы заданной функции $f(x)$, т.е.

$$F'(x) = f(x) \quad (1)$$

Поставленную задачу можно сформулировать в следующей форме: для данной функции $f(x)$ найти такую функцию $F(x)$, дифференциал которой равнялся бы выражению $f(x)dx$:

$$dF(x) = f(x)dx \quad (2)$$

Функция $F(x)$, связанная с функцией $f(x)$ соотношением (1) или (2), называется ее первообразной.

Так, например, первообразной от функции $f(x)=x^2$ будет функция $F(x)=x^3/3$, так как $F'(x) = (x^3/3)' = x^2$ или то же самое $dF = d(x^3/3) = x^2 dx$.

В общем случае, если $f(x)$ имеет первообразную функцию $F(x)$, то совокупность $[F(x)+C]$ также будет первообразной для нее, т.к. $C' = 0$. Следовательно, для данной функции $f(x)$ может быть не одна, а множество первообразных $[F(x)+C]$, отличающихся на некоторую постоянную интегрирования.

Совокупность первообразных $[F(x)+C]$ для данной функции $f(x)$ или данного дифференциала $f(x) dx$ называют неопределенным интегралом от функции $f(x)$ и обозначают $\int f(x)dx$. По определению

$$\int f(x)dx = [F(x)+C] \quad (3)$$

- читается «неопределенный интеграл эф от икс дэ икс», где $f(x) dx$ – подинтегральное выражение; $f(x)$ – подинтегральная функция; C – постоянная интегрирования; символ \int – знак неопределенного интеграла. Под знаком неопределенного интеграла мы имеем не производную искомой функции, а ее дифференциал. Так как, например, функция $F(x)=x^3/3$ является одной из первообразных от функции $f(x)=x^2$, то на основании формулы (3) получим $\int x^2 dx = x^3/3 + C$.

Рассмотрим основные свойства неопределенного интеграла:

1. Производная от неопределенного интеграла равна подынтегральной функции: $[\int f(x) dx]' = [F(x) + C]' = F'(x) = f(x)$.
2. Дифференциал от неопределенного интеграла равен подынтегральному выражению: $d[\int f(x) dx] = d[F(x) + C] = [F(x) + C]' dx = F'(x) dx = f(x) dx$.
3. Интеграл от дифференциала первообразной равен самой первообразной: $\int d[F(x) + C] = \int dF(x) = \int f(x) dx = F(x) + C$.
4. Постоянный множитель можно выносить за знак неопределенного интеграла: $\int \kappa f(x) dx = \kappa \int f(x) dx$.
5. Интеграл от алгебраической суммы равен алгебраической сумме интегралов слагаемых, т.е.:

$$\int [f_1(x) + f_2(x) - f_3(x)] dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx - \int f_3(x) dx.$$

Пример:

Найти $\int (x^3 + 3\sin x - 8) dx = \int x^3 dx + 3 \int \sin x dx - 8 \int dx = x^4/4 - 3\cos x - 8x + C$.

Используя формулы интегрирования для трех интегралов, при каждом интегрировании получим свою произвольную постоянную. Но в конечном итоге мы имеем только одну произвольную постоянную, так как, если C_1, C_2, C_3 – произвольные постоянные, то и величина C равная их алгебраической сумме, также является произвольной постоянной.

2. Простейшие способы интегрирования.

а) Непосредственное интегрирование.

Нахождение интегралов функций, основанное на прямом применении свойств неопределенных интегралов и таблицы основных формул интегрирования. Рассмотрим пример нахождения интеграла функции путем непосредственного интегрирования.

Пример:

$$\int (x-3)^2 dx = \int (x^2 - 6x + 9) dx = \int x^2 dx - 6 \int x dx + 9 \int dx = x^3/3 - 3x^2 + 9x + C.$$

В подавляющем большинстве случаев мы имеем дело с интегралами функций, которые нельзя найти непосредственным интегрированием. В этом случае необходимо сделать подстановку (заменить переменную).

б) Интегрирование подстановкой (замена переменной).

Интегрирование подстановкой, или как его часто называют, методом замены переменной, является одним из более эффективных и распространенных методов интегрирования. Способ подстановки состоит в том, чтобы перейти от данной переменной интегрирования к другой переменной с целью упростить подынтегральное выражение и

привести его к одному из табличных видов интегралов. При этом выбор подстановки решается исполнителем индивидуально, т.к. не существует общих правил, указывающих какую подстановку в данном случае взять.

Пример: Найти интеграл $\int e^{2x+3} dx$.

Введем новую переменную t , связанную с x следующей зависимостью
 $2x + 3 = t$.

Возьмем дифференциалы от левой и правой частей этого равенства:
 $2dx = dt; \quad dx = dt/2$.

Теперь вместо $2x + 3$ и dx в подинтегральное выражение подставим их значения. Тогда получим: $\int e^{2x+3} dx = \frac{1}{2} \int e^t dt = \frac{1}{2} e^t + C$. Возвращаясь к прежней переменной, получим окончательно выражение:

$$\int e^{2x+3} dx = \frac{1}{2} e^{2x+3} + C.$$

Чтобы убедиться в правильности взятия интеграла необходимо первообразную функцию $\frac{1}{2} e^{2x+3}$ продифференцировать и проверить, будет ли ее производная равна подинтегральной функции:

$$\left(\frac{1}{2} e^{2x+3}\right)' = \frac{1}{2} e^{2x+3} \cdot (2x+3)' = e^{2x+3}.$$

3. Определенный интеграл и его свойства.

Понятие определенного интеграла широко используется во многих областях науки и техники. С его помощью вычисляются площади, ограниченные кривыми, объемы произвольной формы, мощность и работа переменной силы, путь движущегося тела, моменты инерции и многие другие величины.

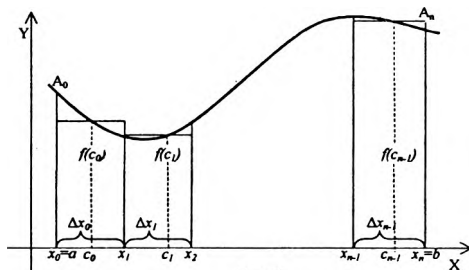


Рис.1

В подавляющем большинстве случаев понятие определенного интеграла вводится при решении задач определения площади криволинейной трапеции. Пусть имеется непрерывная функция $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$. Фигуру, ограниченную кривой $y = f(x)$ ординатами aA_0 , aA_n и отрезком $[a, b]$ оси абсцисс называют криволинейной трапецией (рис.1).

Поставим перед собой задачу: определить площадь S криволинейной трапеции $aA_0A_n b$. Для этого разобьем отрезок $[a, b]$ на n не обязательно равных частей и обозначим точки деления таким образом:

$$a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b.$$

Из точек деления восстановим перпендикуляры до пересечения с кривой $y = f(x)$. Таким образом, мы всю площадь, ограниченную кривой, разбили на n элементарных криволинейных трапеций. Восстановим из произвольных точек каждого отрезка Δx_i ординаты $f(C_i)$ до пересечения с кривой $y = f(x)$. Далее построим ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников с основанием Δx_i и высотой $f(C_i)$. Элементарная площадь i -го прямоугольника будет $S_i = f(C_i)(x_i - x_{i-1})$, а вся площадь S_n полученной ступенчатой фигуры будет равна сумме площадей прямоугольников:

$$S_n = f(C_0)(x_1 - x_0) + f(C_1)(x_2 - x_1) + \dots + f(C_{n-1})(x_n - x_{n-1}).$$

Для сокращения записи этой суммы вводят символ \sum (сигма) — знак, означающий суммирование величин. Тогда

$$S_n = \sum_{i=0}^{n-1} f(C_i)(x_i - x_{i-1}) = \sum_{i=0}^{n-1} f(C_i)\Delta x_i.$$

Эта сумма S_n , которая называется интегральной суммой, может быть или больше или меньше истинного значения данной площади. Наиболее близким значением к истинной величине площади будет предел суммы при условии, что элементарные отрезки будут дробиться ($n \rightarrow \infty$), а длина самого большого отрезка Δx_{\max} будет стремиться к нулю, т.е.:

$$S = \lim_{\substack{\Delta x_{\max} \rightarrow 0 \\ n \rightarrow \infty}} \sum_{i=0}^{n-1} f(C_i)\Delta x_i \quad (4)$$

Этот предел интегральной суммы (если он существует) называется определенным интегралом от функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ и обозначают:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\substack{\Delta x_{\max} \rightarrow 0 \\ n \rightarrow \infty}} \sum_{i=0}^{n-1} f(C_i)\Delta x_i \quad (5)$$

(читается — “определенный интеграл от a до b эф от икс дэ икс”).

Числа a и b называются соответственно нижним и верхним пределами интегрирования, $f(x)$ — подинтегральной функцией; x — переменной интегрирования. Применяя формулы (4) и (5) можно записать. Что площадь криволинейной трапеции численно равна интегралу от функции, ограничивающей трапецию, взятому на интервале интегрирования $[a, b]$:

$$J = \int_a^b f(x) dx.$$

Этот факт выражает геометрический смысл определенного интеграла.

Рассмотрим свойства определенного интеграла.

1. Определенный интеграл не зависит от обозначения переменной,

т.е.:
$$\int_a^b f(x) dx = \int_{t_0}^t f(t) dt = \int_{u_0}^u f(u) du.$$

2. Определенный интеграл алгебраической суммы равен алгебраической сумме определенных интегралов от каждого слагаемого:

$$\int_a^b [f_1(x) + f_2(x) + \dots dx] = \int_a^b f_1(x) dx + \int_a^b f_2(x) dx + \dots$$

3. Постоянный множитель κ в подинтегральном выражении выносится за знак интеграла:

$$\int_a^b \kappa f(x) dx = \kappa \int_a^b f(x) dx.$$

4. Если верхний и нижний пределы интегрирования поменять местами, то определенный интеграл изменит свой знак на противоположный, сохранив абсолютную величину неизменной:

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$$

5. Если отрезок $[a, b]$ разбить на две части $[a, c]$ и $[c, b]$, то интеграл:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

6. $\int_a^b dx = b - a$, при $a \neq b$. Это свойство вытекает из того, что неопределенный интеграл $\int dx = x$, т.е. равен некоторой длине отрезка, началом и концом которой будут точки a и b этого отрезка.

7. Если подинтегральная функция на отрезке $[a, b]$ сохраняет постоянный знак, то и определенный интеграл будет представлен числом того же знака, т.е.:

$$f(x) > 0 \text{ и } \int_a^b f(x) dx > 0.$$

Существуют и другие свойства определенного интеграла, которые мы рассматривать не будем.

4. Связь между определенным и неопределенным интегралами.

а) Формула Ньютона-Лейбница.

Несмотря на то, что неопределенный интеграл есть совокупность первообразных, а определенный интеграл есть число, все же между

ними имеется определенная связь, впервые установленная Ньютоном и Лейбницем в виде формулы Ньютона-Лейбница. Значение определенного интеграла равно разности значений любой первообразной от подынтегральной функции, взятой при верхнем и нижнем пределах интегрирования:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

Рассмотрим пример нахождения определенного интеграла. Пусть нам необходимо найти определенный интеграл вида:

$$\int_1^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{1}{3}(2)^3 - \frac{1}{3}(1)^3 = \frac{1}{3}(8-1) = \frac{7}{3}.$$

Нахождение определенного интеграла сводится к следующим операциям:

- 1) находят первообразную для данной подынтегральной функции;
- 2) вычисляются первообразные для данных частных значений верхнего и нижнего пределов интегрирования;
- 3) находят разность частных значений первообразной $F(b) - F(a)$.

б) Применение метода замены переменной интегрирования при вычислении определенного интеграла.

При использовании метода замены переменной для вычисления определенного интеграла вводится новая переменная, с помощью которой интеграл сводится к табличному. Одновременно заменяют пределы интегрирования. Рассмотрим эти операции на отдельном примере:

$$\text{ре: } \int_0^{\pi} e^{\sin x} \cdot \cos x dx ; \quad 1) \sin x = t; \quad 2) d(\sin x) = dt; \cos x dx = dt;$$

$$3) a = \sin 0 = t = 0; \quad b = \sin \frac{\pi}{2} = 1;$$

$$4) \int_0^{\pi} e^{\sin x} \cdot \cos x dx = \int_0^1 e^t dt = e^t \Big|_0^1 = e^1 - e^0 = 2,7 - 1 = 1,7.$$

5. Дифференциальное уравнение.

а) Общее понятие и определение.

Многие вопросы естествознания, техники и различных отраслей науки сводятся к нахождению неизвестной функции, если известно уравнение, содержащее x, y и производные различных порядков функции $f(x)$: $f'(x)$; $f''(x)$; $f'''(x)$; ...; $f^{(n)}(x)$ или дифференциалы df ; d^2f ;

$d^3f; \dots; d^n f$. Такие уравнения называют дифференциальными (ДУ). В общем виде ДУ можно записать так: $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$.

Для функции $y = f(x)$ одного аргумента дифференциальные уравнения называются обыкновенными; для функции $u = f(x, y, z, \dots, t)$ нескольких переменных (двух и более) уравнения называются дифференциальными в частных производных.

Порядком ДУ называется порядок наивысшей производной или дифференциала. Например, $y' = 2x^2 y + 5$ – уравнение 1-го порядка, а $y'' + y' = 0$ – уравнение второго порядка.

Общим решением ДУ k -го порядка называется функция $y = f(x, c_1, c_2, \dots, c_k)$ от x с произвольными постоянными c_1, c_2, \dots, c_k , обращающая это уравнение в тождество.

При конкретном значении произвольных постоянных получают частное решение из общего. При этом задаются не сами постоянные, а условие, которому должно удовлетворять искомое частное решение. Задание таких условий называется заданием начальных условий и кратко записывается так: при $x = x_0$; $f(x_0) = y_0$; $f'(x_0) = y'_0$ и т.д. Задача нахождения частного решения удовлетворяющего его начальным условиям, называется задачей Коши.

б) Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

Дифференциальные уравнения вида: $f_1(x)\varphi_1(y)dx + f_2(x)\varphi_2(y)dy = 0$ называются дифференциальными уравнениями с разделяющимися переменными. Суть такого разделения сводится к тому, чтобы путем некоторых математических операций, произвести группировку переменных, производных, дифференциалов в отдельные слагаемые так, чтобы, они содержали только один вид переменных. Слагаемые, включающие только одну переменную, можно получить, если ДУ разделить на $f_2(x)\varphi_2(y)$. Тогда получим: $\frac{f_1(x)}{f_2(x)} dx = -\frac{\varphi_2(y)}{\varphi_1(y)} dy$.

Интегрируя это уравнение, мы получим общее решение дифференциального уравнения в виде: $\int \frac{f_1(x)}{f_2(x)} dx = -\int \frac{\varphi_2(y)}{\varphi_1(y)} dy + C$. Это выражение является общим решением приведенного уравнения.

Пример: 1) $y' = 2xy$; $\frac{dy}{dx} = 2xy$; $\frac{dy}{y} = 2xdx$; $\int \frac{dy}{y} = 2 \int xdx$; $\ln y = x^2 + C$;

$\ln y - \ln c = \ln e^{x^2}$; $\frac{y}{c} = e^{x^2}$; $y = c \cdot e^{x^2}$ – общее решение. При начальных условиях $x=0, y=2$; $c=2$; $y = 2e^{x^2}$ – частное решение.

$$2) y' = 4x^3 \text{ (при } x=0, y=0). \int dy = 4 \int x^3 dx; \quad y = x^4 + c; \quad y = x^4.$$

6. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Уравнение вида: $y'' + py' + qy = f(x)$, где p, q – постоянные коэффициенты, а $f(x)$ – некоторая функция, называют линейными дифференциальными уравнениями второго порядка с постоянными коэффициентами. Мы рассмотрим уравнение для случаев когда $f(x)=0$. Если $f(x)=0$, то уравнение $y'' + py' + qy = 0$ называют линейным однородным дифференциальным уравнением (ЛОДУ) второго порядка с постоянными коэффициентами. Решение такого дифференциального уравнения, как показал Эйлер, следует искать в виде следующих функций: $y = e^{\kappa x}$, где κ – некоторый коэффициент. Подставим значения $y' = \kappa e^{\kappa x}$ и $y'' = \kappa^2 e^{\kappa x}$, найденные из этой функции в уравнение. Тогда получим: $\kappa^2 e^{\kappa x} + \kappa p e^{\kappa x} + q e^{\kappa x} = 0$ или $e^{\kappa x}(\kappa^2 + p\kappa + q) = 0$; $e^{\kappa x} \neq 0$.

Для того чтобы функция $y = e^{\kappa x}$ была решением дифференциального уравнения, достаточно, чтобы $\kappa^2 + p\kappa + q = 0$.

Это уравнение называют характеристическим уравнением и корни его определяются по формуле:

$$\kappa_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Эйлер показал, что для ЛОДУ может быть три вида решений:

1-ый вид: если корни κ_1 и κ_2 характеристического уравнения действительные и различные ($\kappa_1 \neq \kappa_2$), то все решения ЛОДУ даются формулой:

$$y = c_1 \cdot e^{\kappa_1 x} + c_2 \cdot e^{\kappa_2 x}.$$

2-ой вид: если корни κ_1 и κ_2 характеристического уравнения действительные и равные $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$, то все решения ЛОДУ даются в виде такой формулы: $y = (c_1 + c_2) e^{\kappa x}$.

3-й вид: если же корни $\kappa_{1,2} = \alpha \pm i\beta$; ($i = \sqrt{-1}$) характеристического уравнения комплексные числа, то все решения ЛОДУ даются такой формулой: $y = e^{\alpha x}(c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$, где c_1 и c_2 – произвольные постоянные.

Все приведенные выше три вида решений представляют собой общее решение ЛОДУ. Частные решения находят по заданным начальным условиям:

Пример: $y'' - 6y' + 8y = 0$; $\kappa^2 - 6\kappa + 8 = 0$; $\kappa_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9 - 8}$; $\kappa_1 = 4$; $\kappa_2 = 2$;
 $y = c_1 \cdot e^{4x} + c_2 \cdot e^{2x}$.

ЛЕКЦИЯ №3

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ.

1.Случайное событие. Вероятность случайного события.

В теории вероятностей исследуются закономерности, относящиеся к случайным событиям, величинам, процессам. Теория вероятностей служит для обоснования математической и прикладной статистики.

В естественных науках понятие «статистика» означает анализ массовых явлений, основанный на применении методов теории вероятности. Математическая статистика – это наука о математических методах систематизации и использования статистических данных для научных и практических выводов. Во многих своих разделах математическая статистика опирается на теорию вероятности, позволяющую оценить надежность и точность выводов на основе ограниченного статистического материала. Среди множества методов познания биологических процессов теория вероятности с математической статистикой занимает одно из важных мест.

Массовые явления и процессы характеризуются, прежде всего, многократным повторением при постоянных условиях некоторых опытов, операций и т.д. Всякий факт какого-либо испытания, эксперимента или действия называют событием. Событие – это исход испытания. События называются достоверными, если они происходят неизбежно в результате каждого испытания и невозможными, если в результате каждого испытания они не могут произойти.

Одним из важных понятий теории вероятности является понятие «случайного события». Случайным событием называется всякий факт, который в результате опыта (испытания) может произойти или не произойти. Например, случайными будут события: успешная сдача студентом экзамена, вспышка эпидемии, появление герба при бросании монеты, попадание в цель при выстреле. Рассматривая множество событий, можно предположить, что для каждого случайного события объективно существует специфическая мера возможности его появления в данном опыте, называемая вероятностью события. Эта безразмерная величина, служащая в некотором смысле «мерой случайности» события, характеризующая степень его близости к достоверному событию.

Вероятность любого события A обозначается символом $P(A)$ или P_A или P .

Классической вероятностью $P(A)$ события A называется отношение числа случаев m , благоприятствующих событию A , к общему числу случаев n (n – мало): $P(A) = \frac{m}{n} (0 \leq m \leq n)$.

Вероятность любого события A удовлетворяет двойному неравенству: $0 \leq P(A) \leq 1$, так как вероятность достоверного события равна 1; невозможного – 0.

Если же имеется возможность неограниченного повторения испытания, то при достаточно большом n испытаний интересующее нас событие A может произойти m раз, а отношение $P^*(A) = \frac{m}{n}$ – называется относительной частотой события A или просто частотой события A . Частоту события иначе называют статистической вероятностью. При большом числе испытаний частота события примерно постоянная. В ряде случаев вычислить вероятность события оказывается проще, если представить его в виде комбинации более простых событий. Этой цели служат теоремы сложения и умножения вероятностей. Пусть события A и B несовместимы и известны их вероятности. Вероятность осуществления либо события A , либо события B определяется теоремой сложения.

Вероятность появления одного из двух несовместимых событий равна сумме их вероятностей:

$$P(A \text{ или } B) = P(A) + P(B).$$

Доказательство: Пусть n – общее число испытаний; m_1 – число случаев, благоприятствующих событию A ; m_2 – число случаев, благоприятствующих событию B . Число случаев, благоприятствующих наступлению события A , либо события B , равно $m_1 + m_2$. Тогда

$$P(A \text{ или } B) = \frac{m_1 + m_2}{n} = \frac{m_1}{n} + \frac{m_2}{n} = P(A) + P(B).$$

Пример: Найти вероятность выпадания “1” или “6” при бросании игральной кости. Событие A (выпадение 1) и B (выпадение 6) является равновероятными: $P(A) = P(B) = \frac{1}{6}$; $P(A \text{ или } B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$.

Теорема умножения вероятностей заключается в следующем. Вероятность совместного появления независимых событий равна произведению их вероятностей. Для двух событий: $P(A \text{ и } B) = P(A) \cdot P(B)$.

Доказательство: Пусть m_1 – число случаев, благоприятствующих событию A ; m_2 – число случаев, благоприятствующих событию B ; n_1 – число равновероятных случаев, в которых событие A появляется или нет. n_2 – число равновероятных случаев, в которых событие B появляется или нет. Общее число случаев, благоприятствующих совместному появлению событий A и B равно $m_1 m_2$. Общее число возможных

элементарных событий испытания равно $p_1 p_2$ (число событий p_1 может сочетаться с каждым из p_2 событий). Вероятность совместного появления событий A и B –

$$P(A \text{ и } B) = \frac{m_1 m_2}{n_1 n_2} = \frac{m_1}{n_1} \cdot \frac{m_2}{n_2} = P(A) \cdot P(B).$$

Пример: В одной урне находится 5 черных и 15 белых шаров, в другой – 3 черных и 17 белых шаров. Найти вероятность того, что при первом вынимании шаров из каждой урны оба шара окажутся черными:

$$P(A \text{ и } B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{20} = \frac{3}{80}.$$

2. Случайные величины. Закон распределения и числовые характеристики дискретных случайных величин.

Каждому элементарному событию из некоторого множества событий можно поставить в соответствие то или иное значение $x = x(A)$, которое будет являться случайной величиной. Примером случайной величины могут являться: количество студентов на лекции, продолжительность жизни человека, ошибка при измерении той или иной величины, количество больных на приеме у врача.

Случайные величины служат основным объектом теории вероятности и математической статистики. Различают два основных типа случайных величин: дискретные и непрерывные.

Дискретной (прерывной) называют случайную величину, принимающую на заданном интервале конечное или бесконечное множество отдельных значений, элементы которого могут быть занумерованы в каком-либо порядке и записаны в последовательности: x_1, x_2, \dots, x_n .

Примером дискретной случайной величины, принимающей бесчисленное множество значений на конечном интервале, может быть множество всех рациональных чисел на интервале $]0,1[$, число букв на произвольной странице текста, число родившихся мальчиков в различные месяцы в определенном регионе.

Дискретная случайная величина считается заданной, если указаны все ее возможные значения и соответствующие им вероятности. Обозначим дискретную случайную величину x , а ее значения x_1, x_2, x_3, \dots , соответствующие им вероятности $P(x_1) = P_1$; $P(x_2) = P_2$ и т.д.. Законом распределения дискретной случайной величины называют всякое соответствие, устанавливающее связь между ее возможными значениями и их вероятностями. Закон распределения может иметь различные формы. Он задан в виде таблицы, которую также называют рядом распределения:

x	x_1	x_2	x_3	...	x_n
P	P_1	P_2	P_3	...	P_n

Так как все возможные случайные величины образуют полную группу событий (представляют полную систему), то сумма вероятностей равна единице: $\sum_{i=1}^n P_i = 1$.

Закон распределения полностью описывает дискретную случайную величину. Во многих случаях наряду с законом или вместо него информацию о случайных величинах могут дать числовые параметры, получившие название числовых характеристик дискретных случайных величин.

Рассмотрим наиболее употребляемые из них:

1. Математическое ожидание дискретной случайной величины x — это сумма произведений всех возможных значений величины x на вероятности этих значений: $\mu = \sum_{i=1}^n x_i P_i \equiv \sum_{i=1}^n x_i \frac{m_i}{n}$.

Оно соответствует значению случайной величины, около которого группируются все его возможные значения.

При большом числе измерений среднее арифметическое случайной величины приближается к ее математическому ожиданию. Если произведено n независимых испытаний, в которых случайная величина принимает значение $x_1 - m_1$ раз, $x_2 - m_2$ раз ... $x_n - m_n$ раз, причем:

$$m_1 + m_2 + \dots + m_n = n.$$

Среднее арифметическое всех значений случайной величины:

$$\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{n} = \frac{m_1}{n} x_1 + \frac{m_2}{n} x_2 + \dots + \frac{m_n}{n} x_n = \sum_{i=1}^n x_i \frac{m_i}{n};$$

Следовательно, равенство тем точнее, чем больше число наблюдений n и при большом числе n испытаний $\frac{m_i}{n}$ стремится к P_i .

2. Дисперсией дискретной случайной величины x называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания. Слово «дисперсия» означает «рассеяние». Дисперсия обозначается $D(x)$ или σ^2 или $\sigma^2(x)$. По определению:

$$\sigma^2 = \sigma^2(x) = M[(x - \mu)^2] = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 P_i.$$

3. Средним квадратичным отклонением называется корень квадратный из дисперсии: $\sigma = \sigma(x) = \sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 P_i}$.

Эта величина вводится для оценки рассеяния случайной величины вокруг ее математического ожидания. Она имеет размерность, совпадающую с размерностью случайной величины x .

3. Непрерывные случайные величины. **Нормальный закон распределения (закон Гаусса).**

Для описания реальных величин, зависящих от случая, дискретных случайных величин недостаточно. Действительно, таким величинам как температура, давление, размеры физических объектов, длительность физических процессов неестественно приписывать дискретное множество возможных значений. Естественно считать, что их возможные значения в принципе могут быть любыми числами в некоторых пределах, т.е. являться непрерывными случайными величинами.

Непрерывной называют случайную величину, которая может принимать все значения из некоторого конечного интервала. Число возможных значений непрерывной случайной величины бесконечно. Непрерывную случайную величину нельзя описать законом распределения как дискретную в виде таблицы. Однако различные области возможных ее значений все же не являются одинаково вероятными, и для непрерывной случайной величины существует «распределение вероятностей», хотя не в том смысле, что для дискретной. Для конечной оценки распределения вероятностей удобно пользоваться не вероятностью события $X=x$, а вероятностью события $X < x$. Под выражением $X < x$ понимают событие – «случайная величина X приняла случайное значение, меньшее x ».

Функцией распределения случайной величины x называется функция $F(x)$, равная вероятности $P(X < x)$ того, что случайная величина принимает значение X , меньшее x : $F(x) = P(X < x)$.

Функцию $F(x)$ называют еще «интегральной функцией распределения» или интегральным законом распределения. Функция $F(x)$ является одной из форм закона распределения.

Однако в большинстве случаев для описания непрерывных случайных величин при теоретическом их изучении вводят понятие плотности распределения (плотность вероятности), которая равна производной ее интегральной функции $f(x) = F'(x)$. Наиболее часто встречаются величины, распределенные по нормальному закону распределения (закону Гаусса), являющемуся предельным законом, к которому приближаются другие законы распределения.

Случайная величина распределяется по нормальному закону, если плотность вероятности ее имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

где μ – математическое ожидание, σ – среднее квадратическое отклонение.

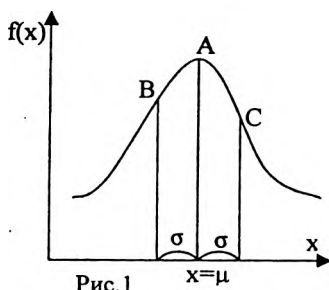


Рис.1

График плотности вероятности нормального распределения носит название нормальной кривой распределения или кривой Гаусса (рис.1). В точке $x = \mu$ функция имеет максимум:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}.$$

Форма кривой распределения зависит от σ (рис.2); μ – определяет центр рассеяния, а значит и положение распределения на оси абсцисс (рис.3). При этом кривая сохраняет

свою форму.

Площадь, ограниченная кривой нормального распределения всегда равна единице, поэтому при увеличении σ кривая становится пологой.

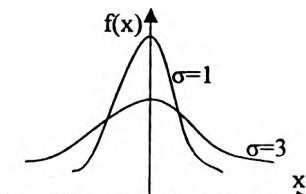


Рис.2

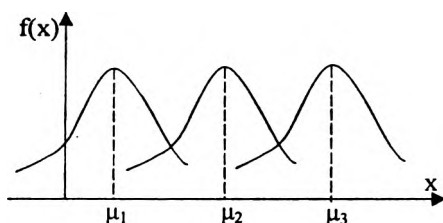


Рис.3

4. Статистическое распределение выборки. Гистограмма.

На практике всегда приходится иметь дело с ограниченным количеством экспериментальных данных, поэтому результаты наблюдений и их обработка содержит больший или меньший элемент случайности. Разработка методов регистрации, описания и анализа таких экспериментальных данных составляет предмет математической статистики.

В математической статистике изучение случайной величины связано с выполнением ряда независимых опытов, в которых она принимает определенное значение. Полученные значения случайной величины представляют простой статистический ряд (простая статистиче-

ская совокупность), подлежащий обработке и научному анализу. Общее число членов этого ряда называют его объёмом.

Совокупность, состоящая из всех объектов, которые могут быть к ней отнесены, называется генеральной (количество больных на земном шаре, страдающих гипертонией). Теоретически это бесконечно большая или приближающаяся к бесконечности совокупность. Число объектов генеральной совокупности называется ее объемом N .

Множество объектов, случайно отобранных из генеральной совокупности, называется выборочной совокупностью или выборкой, а число объектов выборки называется ее объемом и обозначается буквой (n) .

Первой задачей статистической обработки экспериментального материала является наведение определенного порядка в полученном простом статистическом ряду. Поэтому целесообразно расположить данные в порядке возрастания с указанием их повторяемости – составить вариационный ряд. Если количественный признак является дискретным, подсчитывают сколько раз встречается каждое значение признака и результат представляют в виде таблицы:

x	x_1	x_2	x_3	...	x_n
m	m_1	m_2	m_3	...	m_n
$P^* = \frac{m}{n}$	P^*_1	P^*_2	P^*_3	...	P^*_n

Наблюдаемые значения x_1, x_2, \dots, x_n называют вариантами. Числа m_1, m_2, \dots, m_n - называют частотами, а их отношение к объёму выборки относительными частотами: $P^*_i = \frac{m_i}{n}$.

Сумма всех частот равна объёму совокупности n : $\sum_{i=1}^n m_i = n$.

Таблицу, содержащую значение вариант признака, их частоты или относительные частоты, называют дискретным статистическим рядом распределения или статистическим распределением выборки.

В случае большого количества вариантов и непрерывности признака дискретный ряд перестает быть удобной формой записи статистического материала. В этом случае производят группировку вариант по интервалам, при этом весь диапазон признака x делят на определенное число k интервалов шириной Δx , подсчитывают частоту m_i в каждом интервале, значения, попавшие на конец интервала, относят или к левому или к правому интервалу, определяют $P_i^* = \frac{m_i}{n}$, и результаты заносят в таблицу, называемую статистическим интервальным рядом:

Интервал Δx	$[x_0, x_1[$	$[x_1, x_2[$...	$[x_{k-1}, x_k[$
M	m_1	m_2	...	m_n
P^*	P_1^*	P_2^*	...	P_n^*

Число интервалов определяется по формуле Стерджесса

$$k = 1 + 3,332 \lg n,$$

где n – объем выборки, а ширина интервала: $\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k}$.

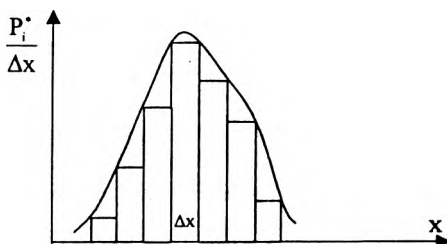


Рис.4

Имея указанную таблицу, на оси Ox откладывают интервал длиной Δx , а по оси Oy откладывают плотность относительной частоты $\frac{P_i^*}{\Delta x}$.

На каждом частотном интервале строят прямоугольник с основанием

Δx и высотой $\frac{P_i^*}{\Delta x}$

(рис.4). Площадь i -го прямоугольника $S_i = \frac{P_i^*}{\Delta x} \cdot \Delta x = P_i^*$.

Полученную таким образом ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, называют гистограммой. Площадь всех прямоугольников будет равна единице.

При неограниченном увеличении числа наблюдений n и уменьшении ширины интервалов верхняя ломанная линия будет стремиться к плавной кривой, ограничивающей площадь, равную единице. В пределе плавная кривая будет графиком плотности вероятности, которая и характеризует плотность распределения случайной величины. При большом числе наблюдений на гистограмме появляются основные статистические закономерности:

1. Полученные в наблюдениях значения измеряемой величины симметрично расположены около некоторого среднего значения x .
2. Большие отклонения от среднего x встречаются реже, чем малые.

5. Обработка результатов прямых и косвенных измерений.

а) Погрешности измерений.

Количественная сторона процессов и явлений в любом эксперименте изучается с помощью измерений, которые делятся на прямые и косвенные.

Прямое называется такое измерение, при котором значение, интересующее экспериментатора величины находятся непосредственно из отсчета по прибору.

Косвенное - это измерение, при котором значение величины находится как функция других величин. Например, сопротивление резистора определяют по напряжению и току ($R = \frac{U}{I}$).

Измеренное значение $x_{\text{изм.}}$ некоторой физической величины x обычно отличается от ее истинного значения $x_{\text{ист.}}$. Отклонение результата, полученного на опыте, от истинного значения, т.е. разность $x_{\text{изм.}}$ -

$x_{\text{ист.}} = \Delta x$ - называется абсолютной ошибкой измерения, а $\frac{x_{\text{изм.}} - x_{\text{ист.}}}{x_{\text{ист.}}}$

- относительной ошибкой (погрешностью) измерения. Погрешности или ошибки делятся на систематические, случайные и промахи.

Систематическими ошибками называются такие ошибки, величина и знак которых от опыта к опыту сохраняется или изменяется закономерно. Они искажают результат измерений в одну сторону - либо завышая, либо занижая его. Подобные ошибки вызываются постоянно действующими причинами, односторонне влияющие на результат измерений.

Ошибки, величина и знак которых непредсказуемым образом изменяются от опыта к опыту, называются случайными. Такие ошибки возникают, например, при взвешивании из-за колебаний установки, неодинакового влияния трения, температуры, влажности и т.д. Случайные ошибки возникают и из-за несовершенства или дефекта органов чувств экспериментатора.

Случайные погрешности исключить опытным путем нельзя. Их влияние на результат измерения может быть оценено с помощью математических методов статистики (малые выборки).

Промахами или грубыми погрешностями называются погрешности, существенно превышающие систематические и случайные погрешности. Наблюдения, содержащие промахи отбрасываются как недостоверные.

б) Обработка результатов непосредственных измерений.

Для надежности оценки случайных погрешностей необходимо выполнить достаточно большое количество измерений n . Допустим, что в результате непосредственных измерений получены результаты $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Наиболее вероятное значение определяется как среднее арифметическое, которое при большом числе измерений совпадает с истинным значением:

$$\bar{x} = x_{\text{ист.}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Затем определяют среднюю квадратичную ошибку отдельного

$$\text{измерения: } S = \sqrt{\frac{(\bar{x} - x_1)^2 + (\bar{x} - x_2)^2 + \dots + (\bar{x} - x_n)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}}.$$

При этом можно оценить наибольшую среднюю квадратичную ошибку отдельного измерения: $S_{\text{наиб.}} = 3S$.

Следующий этап заключается в определении средней квадратичной ошибки среднего арифметического:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}}.$$

Тогда ширина доверительного интервала около среднего значения измеряемой величины или точность измерения будет определяться:

$$\Delta x = t_{\alpha, n} S_{\bar{x}} = t_{\alpha, n} \frac{S}{\sqrt{n}},$$

где $t_{\alpha, n}$ — так называемый коэффициент Стьюдента для числа наблюдений n и доверительной вероятности α (табличная величина). Обычно доверительная вероятность в условиях учебной лаборатории выбирается 0,95 или 95%. Это значит, что при многократном повторении опыта в одних и тех же условиях, ошибки, в 95 случаях из 100 не превысят значения Δx . Результат измерения записывается:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x.$$

Эту запись можно понимать как неравенство: $\bar{x} - \Delta x \leq x \leq \bar{x} + \Delta x$.

Относительная погрешность: $E = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\%$; $E \leq 5\%$ в условиях учебной лаборатории.

в) Обработка результатов косвенных измерений.

Если величину y измеряют косвенным методом, т.е. она является функцией n независимых величин x_1, x_2, \dots, x_n : $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, а значит $\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$. Средняя квадратичная ошибка среднего арифметического определяется по формуле:

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} S_{\bar{x}_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} S_{\bar{x}_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} S_{\bar{x}_n}\right)^2},$$

где частные производные вычисляются для средних значений \bar{x}_i ; $S_{\bar{x}_i}$ вычисляется по формуле средней квадратичной ошибки для непосредственного измерения. Доверительная вероятность для всех погрешностей, связанных с аргументами x_i функции y задается одинаковый ($P = 0,95$), такой же она задается и для y , которое рассчитыва-

ется по формуле: $\Delta y = t_{\alpha, n} S_{\bar{y}}$. Тогда $y = \bar{y} \pm \Delta y$ или $\bar{y} - \Delta y \leq y \leq \bar{y} + \Delta y$.

Относительная погрешность \bar{y} будет равна $E = \frac{\Delta y}{\bar{y}} \cdot 100\% \leq 5\%$.

6. Понятие о корреляционном анализе.

Функциональная зависимость величин достаточно хорошо знакома, и часто эту зависимость можно выразить аналитически:

$$S = \pi r^2; S = f(r); a = \frac{F}{m}; a = f(F, m).$$

Однако существует зависимость между величинами, связанными не только функционально, но и статистически. При научных исследованиях изучаются зависимости, которые не слишком очевидны и не выражаются простыми однозначными формулами. Так, например, зависимость между дозой лекарственного препарата (x) и содержанием его в крови (y), которое определяется не только количеством препарата, но и массой больного, скорость выведения препарата из организма, наличием в крови других веществ и т.д.

Прослеживается связь между ростом людей и массой их тела, между погодными условиями и количеством простудных заболеваний населения. Такая, более сложная, чем функциональная, вероятностная зависимость является корреляционной зависимостью (или просто корреляция).

Корреляционная зависимость – это частный случай статистической зависимости между величинами, когда изменение одной из величин, например, X влечет к изменению среднего значения (или математического ожидания) другой – Y .

При изучении связи между X и Y каждому значению $X=x$ будет соответствовать несколько значений Y : y_1, y_2, y_3 и т.д. Условным средним \bar{y}_x назовем среднее арифметическое значение y (или математическое ожидание y), соответствующее значению $X=x$. Тогда корреляционную зависимость или корреляцию Y от X можно записать: $\bar{y}_x = f(x)$ (1) или $M(Y)_x = f(x)$, где $f(x)$ – некоторая функция, она называется функцией регрессии y на x .

Уравнение (1) называется уравнением регрессии y на x , а график функции – линией регрессии y на x . Аналогично можно сформулировать корреляционную зависимость X от Y : $\bar{x}_y = \varphi(y)$ (2) или $M(x)_y = \varphi(y)$. Если обе функции (1) и (2) являются линейными, то корреляция называется линейной, в противном случае нелинейной.

Достоверность корреляционной зависимости может быть оценена коэффициентами линейной корреляции. Более подробно этот материал рассматривается в курсе социальной гигиены и организации здравоохранения.

ЛЕКЦИЯ №4

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ КИНЕТИКИ И ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА БИОТКАНЕЙ. БИОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ОПОРНО-ДВИГАТЕЛЬНОМ АППАРАТЕ ЧЕЛОВЕКА.

1. Основные законы кинематики вращательного движения.

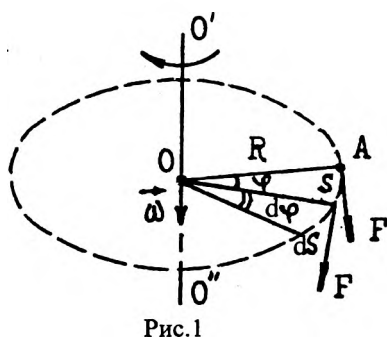


Рис.1

Вращательные движения тела вокруг неподвижной оси является наиболее простым видом движения. Оно характеризуется тем, что любые точки тела описывают окружности, центры которых расположены на одной прямой $O'O''$, которая называется осью вращения (рис.1).

При этом положение тела в любой момент времени определяется углом поворота φ радиуса вектора R любой точки A относительно своего начального положения. Зависимость его от

времени:

$$\varphi = f(t) \quad (1)$$

является уравнением вращательного движения. Быстрота вращения тела характеризуется угловой скоростью ω . Угловая скорость всех точек вращательного тела одинакова. Она является векторной величиной. Этот вектор направлен по оси вращения и связан с направлением вращения правилом правого винта:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (2)$$

При равномерном движении точки по окружности

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}, \quad (3)$$

где $\Delta\varphi=2\pi$ – угол, соответствующий одному полному обороту тела, $\Delta t=T$ – время одного полного оборота, или период вращения. Единица измерения угловой скорости $[\omega]=C^{-1}$.

При равномерном движении ускорение тела характеризуется угловым ускорением ϵ (вектор его расположен аналогично вектору уг-

ловой скорости и направлен согласно с ним при ускоренном и в обратном направлении – при замедленном движении):

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (4)$$

Единица измерения углового ускорения $[\varepsilon] = \text{с}^{-2}$.

Вращательное движение можно характеризовать также линейной скоростью и ускорением его отдельных точек. Длина дуги dS , описываемой любой точкой A (рис.1) при повороте на угол $d\varphi$ определяется по формуле:

$$dS = R d\varphi. \quad (5)$$

Тогда линейная скорость точки ϑ :

$$\vartheta = \frac{dS}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt} = R\omega. \quad (6)$$

Линейное ускорение a :

$$a = \frac{d\vartheta}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon. \quad (7)$$

2. Основные законы динамики вращательного движения.

Вращение тела вокруг оси вызывается силой F , приложенной к любой точке тела, действующей в плоскости перпендикулярной оси вращения и направленной (или имеющей составляющую в этом направлении) перпендикулярно радиусу вектору точки приложения (рис.1).

Моментом силы \vec{M} относительно центра вращения называют векторную величину, численно равную произведению силы F на длину перпендикуляра d , опущенного из центра вращения на направление силы, называемого плечом силы. На рис.1 $d=R$, поэтому

$$\vec{M} = \vec{F} \cdot \vec{R}. \quad (8)$$

Момент \vec{M} вращающей силы является векторной величиной. Вектор \vec{M} приложен к центру окружности O и направлен вдоль оси вращения. Направление вектора \vec{M} согласуется с направлением силы по правилу правого винта. Элементарная работа dA_i , при повороте на малый угол $d\varphi$, когда тело проходит малый путь dS , равна:

$$dA_i = F_i \cdot R \cdot d\varphi = M_i d\varphi. \quad (9)$$

Мерой инертности тела при поступательном движении является масса. При вращении тела мера его инертности характеризуется моментом инерции тела относительно оси вращения.

Моментом инерции I_i материальной точки относительно оси вращения называют величину, равную произведению массы точки на квадрат расстояния её от оси (рис.2):

$$I_i = m_i \cdot r_i^2. \quad (10)$$

Моментом инерции тела относительно оси называют сумму моментов инерции материальных точек, из которых состоит тело:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (11)$$

Или в пределе ($n \rightarrow \infty$):

$$I = \int r^2 dm, \quad (12)$$

где интегрирование производится по всему объёму V . Подобным образом вычисляются моменты инерции однородных тел правильной геометрической формы. Момент инерции выражается в $\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

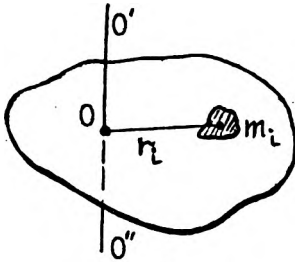


Рис.2

Момент инерции человека относительно вертикальной оси вращения, проходящей через центр масс (центр масс человека находится в сагиттальной плоскости несколько впереди второго крестового позвонка), в зависимости от положения человека имеет следующие значения: $1,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ при стойке

«смирно»; $17 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ — в горизонтальном положении.

При вращении тела его кинетическая энергия складывается из кинетических энергий отдельных точек тела:

$$E_k = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2 r_i^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = I \frac{\omega^2}{2}. \quad (14)$$

Продифференцировав (14), получим элементарное изменение кинетической энергии:

$$dE_k = I \omega d\omega. \quad (15)$$

Приравняв элементарную работу (формула 9) внешних сил к элементарному изменению кинетической энергии (формула 15), получим:

$$M d\varphi = I \omega d\omega, \text{ откуда: } M \frac{d\varphi}{dt} = I \omega \frac{d\omega}{dt} \text{ или, учитывая, что } \frac{d\varphi}{dt} = \omega \text{ полу-}$$

$$\text{чим: } M = I \frac{d\omega}{dt} = I \varepsilon. \quad (16)$$

Это уравнение называется основным уравнением динамики вращательного движения. Эта зависимость аналогична II закону Ньютона для поступательного движения.

Моментом импульса L_i материальной точки относительно оси называется величина, равная произведению импульса точки на расстояние её до оси вращения:

$$L_i = P_i r_i = m_i v_i r_i. \quad (17)$$

Момент импульса L тела, вращающегося вокруг неподвижной оси:

$$L = \sum_{i=1}^n L_i = \sum_{i=1}^n m_i \vartheta_i r_i = \sum_{i=1}^n m_i \omega r_i r_i = \omega \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \omega I. \quad (18)$$

Момент импульса есть векторная величина, ориентированная по направлению вектора угловой скорости.

Теперь возвратимся к основному уравнению (16):

$$M = I \frac{d\omega}{dt}, \quad Mdt = Id\omega.$$

Подведём постоянную величину I под знак дифференциала и получим:

$$Mdt = d(I\omega) = dL, \quad (19)$$

где Mdt называют импульсом момента силы. Если на тело не действуют внешние силы ($M=0$), то равно нулю и изменение момента количества движения ($dL=0$). Это означает, что момент импульса остаётся постоянным:

$$L = I\omega = \text{const}. \quad (20)$$

Этот вывод называется законом сохранения момента импульса относительно оси вращения. Его используют, например, при вращательных движениях относительно свободной оси в спорте, в акробатике и т.д. Так, фигурист на льду, изменяя в процессе вращения положение тела и соответственно момент инерции относительно оси вращения, может регулировать свою скорость вращения.

3. Механические свойства тканей.

Механические свойства тканей необходимо учитывать гигиенистам при защите человека от вибраций, в протезировании при замене естественных органов и тканей искусственными, в судебной медицине. В травматологии и ортопедии необходимо знать устойчивость биологических структур по отношению к различным деформациям, в спорте и космонавтике обращают внимание на физические возможности опорно-двигательного аппарата и т.д.

Биологические структуры, такие как мышцы, сухожилия, кровеносные сосуды, легочная ткань и др. представляют собой вязкоупругие или упруговязкие системы. Их свойства проявляются при действии внешней силы и можно продемонстрировать сочетанием упругих и вязких элементов. Упругие и вязкие свойства тел удобно моделировать. Это даёт возможность наглядно представить механические свойства биологических объектов.

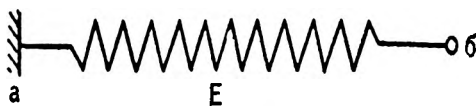


Рис.3

Примером модели упругого элемента является идеально упругая пружина (рис.3), в которой процесс деформации происходит

мгновенно и подчиняется закону Гука:

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{F}{SE}, \quad (21)$$

где F – внешняя сила; S – площадь поперечного сечения; $\frac{F}{S} = \delta$ – напряжение; E – модуль упругости, который численно равен приложенному напряжению, когда длина образца удваивается; $\frac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon$ – относительное удлинение; Δl – изменение длины (абсолютное удлинение); l_0 – исходная длина.

Примером чисто вязкого элемента является цилиндр с вязкой жидкостью и неплотным поршнем (рис.4). Силу сопротивления среды в этом случае принимают пропорциональной скорости перемещения:

$$F_{\text{сопр}} = -r\dot{x} = -r \frac{dx}{dt}.$$

Для этого элемента существует зависимость:

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{F}{S\eta} t, \quad (22)$$

где t – время действия; η – вязкость вещества.

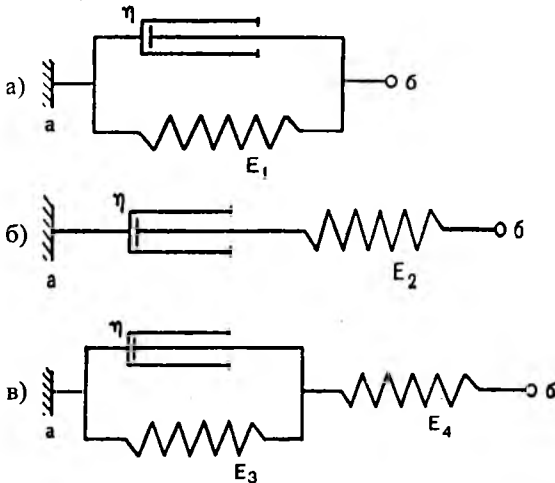


Рис.5

Вязкоупругие свойства различных тканей можно отразить системами механических моделей, состоящих из различных комбинаций двух простых моделей (рис.5). Обращают на себя внимание две особенности поведения таких сложных систем. Во-первых, под действием постоянной силы длина

изменяется не мгновенно, а во времени. Это явление называется ползучестью. Наиболее простой системой, сочетающей упругие и вязкие

свойства, является модель Максвелла (рис.5б). При воздействии по-

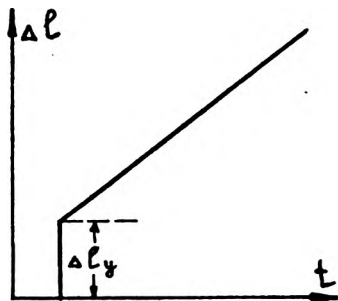


Рис.6

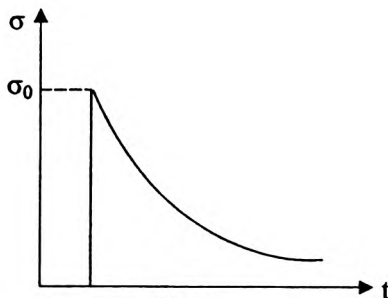


Рис.7

стоянной силой пружина упруго мгновенно удлиняется до значения определяемого законом Гука (до Δl_y), а поршень движется с постоянной скоростью до тех пор, пока действует сила. Так реализуется на модели ползучесть материала (рис.6).

С другой стороны, при ступенчатом удлинении возникающее в первый момент максимальное напряжение δ_0 , затем уменьшается по мере укорочения упругих элементов за счёт удлинения вязких. Это явление называется релаксацией (расслаблением) напряжения (рис.7).

При приложении растягивающей силы к гладким мышцам они ведут себя в основном подобно телу Максвелла. Поэтому гладкие мышцы могут значительно растягиваться без особого напряжения. Это способствует большой растяжимости полых органов, содержащих гладкие мышцы, например, мочевого пузыря.

Скелетная мышца в покое по механическому поведению представляет третью модель (рис.5в). При внезапном растяжении этой мышцы на определённую величину напряжение резко возрастает, а затем уменьшается до определённого равновесного уровня $\delta_{ост}$. Но в отличие от этой механической модели мышца характеризуется нелинейной зависимостью от длины. И модуль упругости этой мышцы, в отличие от модели, не будет постоянным, а будет различным при различных нагрузках.

Кости в соответствии с их опорной и защитной функциями резко отличаются по механическим свойствам от мышц и других биоматериалов. Минеральное содержание кости обеспечивает быструю деформацию, а полимерная часть определяет ползучесть. При небольших деформациях для костей справедлив закон Гука. Модуль упругости кости может достигать около $E_k = 10^9 \text{ Н/м}^2$, т.е. на несколько порядков выше модуля упругости мышц.

Кости характеризуются очень большой механической прочностью. Её механическое разрушение начинается при $\delta=10^7-10^8 \text{ Н/м}^2$ (для тканей стенок крупных артерий разрушение начинается при $\delta=10^6 \text{ Н/м}^2$).

Стенки кровеносных сосудов построены из вязкоэластичного материала (за исключением капилляров). Поэтому крупные сосуды способны к значительным обратимым изменениям размера при действии на их стенку внешней силы.

Упругие свойства и прочность тканей, за исключением косной, в основном определяются эластиновыми и коллагеновыми волокнами и их комплексами. На долю этих волокон, например, в стенках крупных сосудов, приходится около 50% сухой массы. Обладая высоким модулем упругости (эластиновые нити $E_{\text{эл}}=10^6 \text{ Н/м}^2$, коллагеновые нити $E_{\text{кл}}=10^7 \text{ Н/м}^2$) и прочностью, эти волокна предотвращают разрыв сухожилий, стенок кровеносных сосудов и др. тканей.

Прочность костей обусловлена наличием «стекловолоконистых» структур, построенных из коллагена и кристаллов гидроксипатита.

4. Биомеханические процессы в опорно-двигательном аппарате человека.

Опорно-двигательный аппарат человека состоит из сочленённых между собой костей скелета, к которым в определённых точках прикрепляются мышцы. Кости соединяются между собой в суставах.

Основной механической характеристикой сустава является число степеней свободы в нём, равное числу осей, вокруг которых возможно вращение сочленённых костей. Напомним, что числом степеней свободы любой механической системы называют число независимых координат, необходимых для описания всех возможных движений системы.

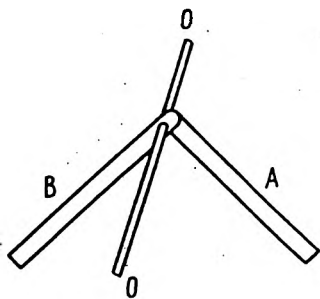


Рис.8

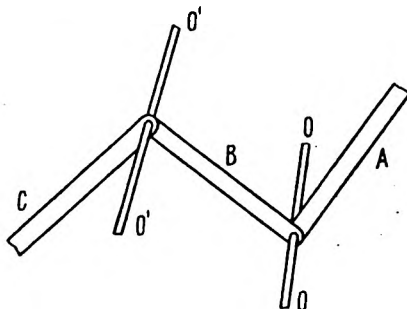


Рис.9

Рассмотрим систему из 2-х звеньев А и В, соединённых осью (рис.8). Это одноосное двухзвеньеовое соединение. При неподвижном звене А звено В имеет одну степень свободы. Примером такого соединения в организме человека являются плечелоктевое, надпяточное и фаланговые соединения. Они допускают только возможность сгибания и разгибания с одной степенью свободы. Пример трёх звеньеового соединения элементов А, В и С с осями 00 и $0'0'$ дан на рис.9. При одном направлении осей система называется одноосной. Двухосное соединение допускает вращение звеньев по двум взаимно перпендикулярным осям. При неподвижном звене А звено В обладает одной степенью свободы, в том числе и ось $0'0'$. Звено С, вращаясь вокруг оси $0'0'$, имеет ещё одну степень свободы, т.е. две. Примером такого соединения является лучезапястный сустав, в котором осуществляется сгибание и разгибание, а также приведение и отведение кисти.

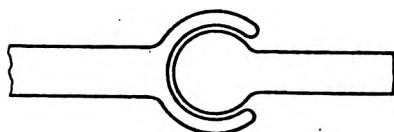
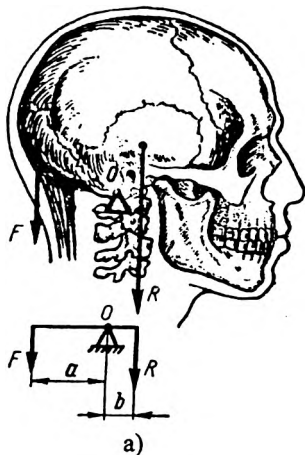


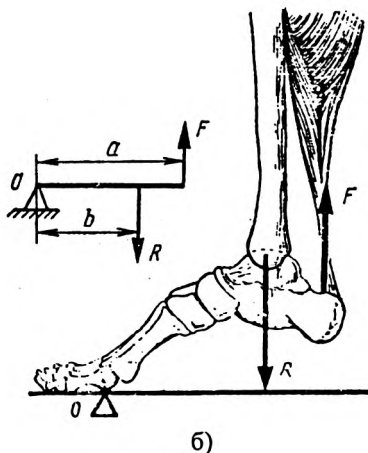
Рис.10

Три степени свободы имеет соединение, называемое «шаровой шарнир» (рис.10). Такое соединение осуществлено в тазобедренном суставе, в лопаточно-плечевом суставе. Шесть степеней свободы имеет череп, благодаря некоторой подвижности межпозвонковых суставов.

Опорно-двигательная система человека представляет с точки зрения физики совокупность рычагов, удерживаемых человеком в



а)



б)

Рис.11

равновесии. В анатомии различают рычаги силы, в которых происхо-

дит выигрыш в силе и проигрыш в перемещении (рис.11). Условие равновесия этих рычагов: $F \cdot a = Rb$, где F – действующая сила; R – сила преодолеваемого сопротивления; a и b – плечи сил. $a > b$ тогда $F < R$. Примером случая а) рис.11 является череп, ось вращения O которого проходит через сочленение черепа с первым позвонком, сила R – сила тяжести головы, она приложена несколько позади турецкого седла, действующая сила F – сила тяги мышц и связок, прикреплённых к затылочной кости.

Примером случая б) рис.11 является действие свода стопы при подъёме на полупальцы. Преодолеваемая сила R – сила тяжести тела, приложенная к таранной кости, действующая мышечная сила F , осуществляющая подъём тела, передаётся через ахиллово сухожилие и приложена к выступу пяточной кости. Ось вращения проходит через головки плюсневых костей.

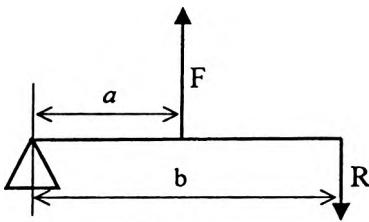


Рис.12

Второй вид рычага – рычаги скорости, в которых происходит выигрыш в скорости перемещения, но проигрыш в силе (рис.12). Условие равновесия этого рычага: $F \cdot a = Rb$, так как $b > a$, то $F > R$.

Примеры: кости предплечья, нижняя челюсть. В последнем примере действующая сила F осуществляется жевательной мышцей, противодействующая сила R – сопротивление раздавливаемой пищи

(действует на зубы). Плечо действующей силы F значительно короче, чем плечо сил противодействия, поэтому жевательная мышца короткая и сильная. Когда надо разгрызть что-нибудь твёрдое, человек действует коренными зубами, при этом уменьшается плечо силы сопротивления.

Если рассматривать скелет как совокупность отдельных звеньев, соединённых в один механизм, то окажется, что все эти звенья при нормальной стойке образуют систему, находящуюся в крайне неустойчивом равновесии. И если вся система находится в равновесии, то только благодаря постоянному напряжению поддерживающих систему мышц.

Активную часть опорно-двигательного аппарата составляют мышцы. Под действием нервных импульсов они сокращают свою длину, развивая при этом определённые усилия. Такое сокращение мышцы называется изотоническим. Имеется и другой вид сокращения, при котором мышца развивает усилие, не изменяя свою длину. Оно называется изометрическим. Такое сокращение даёт возможность удерживать предметы и орудия труда.

При сокращении мышцы будут выполняться механическая работа $P \cdot x$ (x – величина укорочения мышцы; P – вес нагрузки) и выделяется теплота q_x (теплопродукция), которая равна работе A , затрачиваемой на укорочение самой мышцы. Общая работа сокращения $W = (P \cdot x + A)$, а общая мощность $\frac{dW}{dt}$.

Возможными характеристиками мышечного сокращения является скорость сокращения - $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ (dx – величина укорочения мышцы за время dt).

Ещё в 1938 г. Хилл показал, что в случае работы мышц между P , \dot{x} и q_x имеется определённое соотношение.

В первой серии опытов Хилл определял выделяемое мышцей тепло в ходе её сокращения в изотоническом режиме, когда P постоянная величина. Измерения q_x проводилось при различных P и x .

Оказалось, что q_x не зависит от нагрузки P , но зато всегда прямо пропорционально величине укорочения X : $q_x = ax$, где a – постоянный для данной мышцы коэффициент, имеющий размерность силы (т.к. q_x – энергия, а x – путь). Во второй серии опытов Хилл исследовал зависимость между P и \dot{x} – скоростью её изотонического сокращения. Он

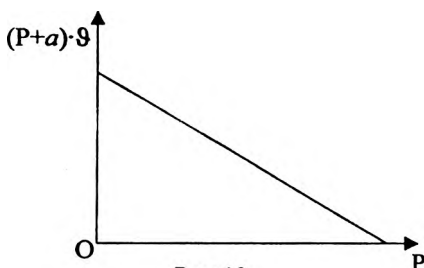


Рис.13

построил зависимость общей мощности мышцы от приложенной нагрузки (бралась портяжная мышца лягушки). Эта зависимость оказалась линейной (рис.13) и описывалась уравнением: $(P + a)\dot{x} = b(P_0 + P)$, где b равно тангенсу угла наклона полученной прямой, а $P_0 = P$ при $\dot{x} = 0$. Выражение для

общей мощности $\frac{dW}{dt} = (P + a) \cdot \dot{x}$. При этом величина находилась из опытов по определению теплопродукции мышцы. Физический смысл величины P_0 заключается в том, что при данной нагрузке укорочение мышцы не происходит, иными словами P_0 – это сила, развиваемая мышцей в изометрическом режиме сокращения.

При изометрическом сокращении мышца находится в сокращённом состоянии и потребляет энергию, которая переходит в теплоту, выделяющуюся в самой мышце. Теория Хилла позволила раскрыть в некоторой мере механизм работы мышцы как идеального механизма

созданного природой. Здесь обнаруживается единство как механической, так и тепловой энергий.

Исследование работоспособности мышц, измерения механической работы, совершаемой человеком в различных условиях, а также влияние этой работы на организм называется эргометрией, а соответствующие приборы – эргометрами.

Когда нет перемещения, работа равна нулю. Однако, каждому знакома усталость мышцы руки или плеча, если держать неподвижно на вытянутой руке гирю или другой предмет. Груз здесь неподвижен и работы нет, но усталость свидетельствует о том, что мышцы совершают работу. Такую работу называют статической работой мышц. На самом деле и здесь происходят незаметные для глаза и очень частые мелкие сокращения и расслабления, и при этом совершается работа против сил тяжести. Таким образом, статическая работа мышц человека на самом деле является обычной динамической работой.

Наиболее распространённым в настоящее время техническим устройством, измеряющим работоспособность человека и нагрузку на сердце, является эргометр (рис.14), представляющий тормозной велосипед (велозэргометр). Здесь работа, совершаемая человеком, определяется по силе трения прижимного башмака 2, измеряемой динамометром 3. Динамометр может быть механическим или магнитным устройством.

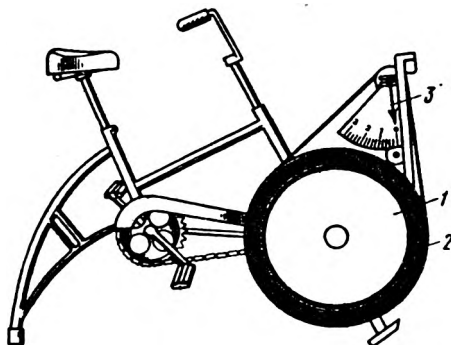


Рис.14

Работу за один оборот колеса 1 велозэргометра можно найти по формуле $A = F_{\text{тр}} \cdot l = F_{\text{тр}} \cdot 2\pi R$. Полная работа за n оборотов, которые записывает счётчик, будет:

$$A_{\text{полн}} = nF_{\text{тр}} 2\pi R.$$

Отсюда мощность, развиваемая человеком и создающая нагрузку на его сердце, будет:

$$N = \frac{nF_{\text{тр}} 2\pi R}{t}.$$

ЛЕКЦИЯ №5

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

1. Понятие о колебательном движении.

Гармонические колебания.

Колебаниями называются процессы, отличающиеся той или иной степенью повторяемости. Колебательное движение и вызываемые им волны очень часто встречаются в природе и технике. Колеблются мосты под действием проходящих по ним поездов, совершает колебания барабанная перепонка уха, вибрируют части зданий, ритмично сокращается сердечная мышца.

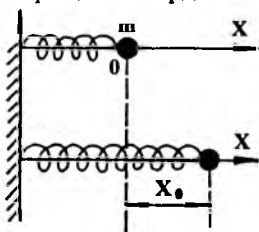


Рис.1

В зависимости от физической природы повторяющегося процесса различают колебания: механические, электромагнитные и др.. Мы рассмотрим механические колебания.

Рассмотрим простейшую механическую систему, состоящую из некоторой массы m , напизанной на стержень, и пружины с жёсткостью k , соединяющей массу с неподвижной

стеной. Направим ось OX вдоль стержня, а начало координат совместим с центром шара, при условии, что пружина находится в недеформированном состоянии. Сместим шар на расстояние X_0 от положения равновесия (см. рис.1). Тогда со стороны пружины на тело будет действовать упругая сила $F = -kX_0$ (1). Эта сила, как видно из уравнения (1), пропорциональна смещению и направлена в сторону противоположную смещению. Её называют возвращающей силой. Кроме того,

система будет обладать запасом потенциальной энергии $E_{\text{п}} = \frac{kX_0^2}{2}$.

Если отпустить груз, то под действием упругой силы он станет двигаться к положению равновесия, при этом его потенциальная энергия

будет уменьшаться, переходя в кинетическую $E_{\text{к}} = \frac{m\dot{x}^2}{2}$, возвра-

щающая сила будет убывать и в положении равновесия станет равной нулю, но тело в положении равновесия не остановится, а по инерции будет продолжать движение. Его кинетическая энергия будет переходить в потенциальную, возвращающая сила станет расти, но её направление изменится на противоположное. В системе возникнут колебания. При колебательном движении положение тела в каждый дан-

ный момент времени характеризуется расстоянием от положения равновесия, которое называется смещением. Среди различных видов колебаний наиболее простой формой является гармоническое колебание, т.е. такое, при котором колеблющаяся величина изменяется в зависимости от времени по закону синуса или косинуса.

2. Незатухающие гармонические колебания.

Пусть на тело массой m действует сила, стремящаяся вернуть его в положение равновесия (возвращающая сила) и пропорциональная отклонению от положения равновесия, т.е. сила упругости $F_{упр} = -kx$. Если трение отсутствует, тогда уравнение второго закона Ньютона для тела имеет вид:

$$F_{упр} = ma \quad ; \quad m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad \text{или} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0.$$

Обозначим $\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0$, получим $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0.$ (1)

Уравнение (1) является однородным дифференциальным уравнением 2-го порядка, с постоянными коэффициентами. Решение уравнения (1) будет законом свободных или собственных незатухающих колебаний:

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где A – величина наибольшего отклонения от положения равновесия, которая называется амплитудой (амплитуда – постоянная, положительная величина); $(\omega_0 t + \varphi_0)$ – фаза колебаний; φ_0 – начальная фаза.

Графически незатухающие колебания представлены на рис.2:

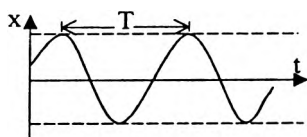


Рис.2

T – период колебания (промежуток времени одного полного колебания);

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}, \text{ где } \omega_0 - \text{ круговая или циклическая}$$

частота, $\omega_0 = 2\pi\nu$, ν называется частотой колебания.

Чтобы найти скорость материальной точки при гармоническом колебании, нужно взять производную от выражения для смещения:

$$\vartheta = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = \vartheta_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi/2),$$

где $\vartheta_0 = A\omega_0$ – максимальная скорость (амплитуда скорости). Продифференцировав это выражение, найдём ускорение:

$$a = \frac{d\vartheta}{dt} = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -a_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = a_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi),$$

где $a_0 = A\omega_0^2$ – максимальное ускорение.

3. Затухающие гармонические колебания.

В реальных условиях, кроме возвращающей силы в колеблющейся системе будет действовать сила трения (сила сопротивления среды), которая при небольших скоростях пропорциональна скорости движения тела: $F_{\text{тр}} = -r\dot{x} = -r \frac{dx}{dt}$, где r – коэффициент сопротивления.

Если ограничиться учётом возвращающей силы и силы трения, то уравнение движения примет вид: $m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}$ или

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = 0, \text{ разделив на } m, \text{ получим: } \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0,$$

обозначив $\frac{r}{m} = 2\beta$, $\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0$, получим: $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$. Это

уравнение носит название однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Решение этого уравнения будет законом свободных затухающих колебаний, и будет иметь следующий вид:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Из уравнения видно, что амплитуда $A = A_0 e^{-\beta t}$ не является постоянной, а зависит от времени и убывает по экспоненциальному закону. Как и для незатухающих колебаний, величина ω – называется круговой частотой: $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, где $\beta = \frac{r}{2m}$ – коэффициент затухания; φ_0 – начальная фаза.

Графически затухающие колебания представлены на рис.3.

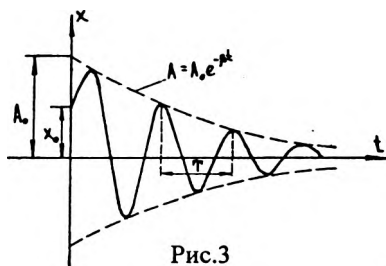


Рис.3

Определим период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{или} \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

откуда видно, что колебания в системе могут возникать только при условии если сопротивление незначительно $\beta \ll \omega_0$, период колебаний

$$\text{практически равен } T = \frac{2\pi}{\omega_0}.$$

С ростом коэффициента затухания, период колебаний увеличивается и при $\omega_0^2 - \beta^2 = 0$ обращается в бесконечность. Движение перестаёт быть периодическим. Выведенная из положения равновесия система возвращается в состояние равновесия, не совершая колебаний. Такое движение называется аperiodическим.

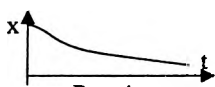


Рис.4

На рис.4 показан один из случаев возвращения системы в положение равновесия при апериодическом движении. В соответствии с указанной кривой падает заряд на мембранах нервных волокон человека.

Для характеристики скорости затухания колебаний вводится понятие коэффициента затухания $\beta = \frac{\tau}{2m}$. Найдём время τ , за которое амплитуда колебаний уменьшится в e раз:

$$\frac{A_{(t+\tau)}}{A_t} = \frac{Ae^{-\beta(t+\tau)}}{Ae^{-\beta t}} = \frac{1}{e}, \quad \text{т.е.} \quad e^{-\beta\tau} = e^{-1}$$

откуда $\beta\tau=1$, следовательно $\beta = \frac{1}{\tau}$. Коэффициент затухания обратен по величине тому промежутку времени, за который амплитуда уменьшится в e раз. Отношение значений амплитуд, соответствующих моментам времени, отличающихся на период, равное $\delta = \frac{A_t}{A_{t+T}} = \frac{Ae^{-\beta t}}{Ae^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T}$ называют декрементом затухания, а его логарифм — логарифмическим декрементом затухания:

$$\lambda = \ln \frac{A_t}{A_{t+T}} = \ln e^{\beta T} = \beta T.$$

4. Энергия колебательного движения.

В общем виде кинетическая энергия выражается формулой: $E_k = \frac{m\dot{\vartheta}^2}{2}$. Для колебательного движения её можно вычислить, используя формулу:

$$\dot{\vartheta} = \frac{dx}{dt} = -A_0\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

$$E_k = \frac{1}{2} m A^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Потенциальную энергию колебательного движения найдём, исходя из общей формулы для потенциальной энергии упругой деформации $E_{\Pi} = \frac{kx^2}{2}$. Тогда $E_{\Pi} = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)$.

Складывая кинетическую и потенциальную энергии, получим полную механическую энергию колеблющейся материальной точки:

$$E = E_k + E_{\Pi} = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) =$$

$$= \frac{1}{2} k A^2 [\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)] = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2,$$

т.е. в отсутствии сил трения полная механическая энергия системы не изменяется (величины m , ω_0 , A – являются постоянными).

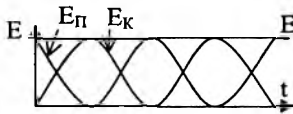


Рис.5

Графическая зависимость кинетической, потенциальной и полной энергии колеблющейся системы от времени показана на рис.5.

5. Вынужденные колебания.

Свободное колебательное движение механической системы всегда является затухающим в силу наличия трения. Для того, чтобы система совершала незатухающие колебания, необходимо восполнить извне потери энергии на трение. Для этого необходимо воздействовать на систему внешней периодически изменяющейся силой: $F = F_0 \cos \omega_B t$. Внешняя сила, обеспечивающая незатухающие колебания, называется вынуждающей силой, а вынужденными колебаниями называются такие колебания, которые возникают в системе при участии внешней силы, изменяющейся по периодическому закону. Дифференциальное уравнение колебания будет иметь следующий вид:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega_B t, \quad \text{или} \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega_B t,$$

где $f_0 = \frac{F_0}{m}$; x – смещение материальной точки в установившихся вынужденных колебаниях: $x = A \cos(\omega_B t + \varphi_0)$, где

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_B^2)^2 + 4\beta^2 \omega_B^2}}.$$

Из формулы смещения видно:

- 1) установившиеся вынужденные колебания, происходящие под воздействием гармонически изменяющейся вынуждающей силы, также являются гармоническими;
- 2) частота вынужденного колебания совпадает с частотой вынуждающей силы;
- 3) вынужденные колебания сдвинуты по фазе относительно вынуждающей силы.

Из выражения для амплитуды следует, что она прямопропорциональна амплитуде вынуждающей силы и имеет сложную зависимость от β , ω_0 , ω_B . Если ω_0 и β вполне определённые величины, то амплитуда вынужденных колебаний имеет максимальное значение при некото-

рой определённой частоте вынуждающей силы. Явление резкого увеличения амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к собственной частоте колеблющегося тела называется резонансом. Происходящие при этом колебания – резонансными, а их частота $\omega_{\text{рез}}$ – резонансной частотой колебаний.

Резонансную круговую частоту можно найти, если найти максимум знаменателя в выражении для амплитуды: $\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$. Тогда, подставив это выражение в формулу для амплитуды вместо ω ,

получим:

$$A_{\text{рез}} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Графически зависимость амплитуды A вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы при разных значениях коэффициента затухания показана на рис.6 ($\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$). Степень нарастания амплитуды, или острота кривой резонанса, зависит от коэффициента β , чем он меньше тем острее резонанс. При $\beta=0$, $\omega_{\text{рез}} = \omega_0$, т.е. резонанс в системе без затухания наступает, когда частота вынуждающей силы совпадает с частотой собственных колебаний.

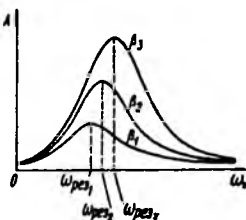


Рис.6

Резонанс в одних случаях бывает полезным, т.к. при этом действием незначительной возбуждающей силы можно вызвать колебания с относительно большой амплитудой. Вредное действие резонанса связано с разрушениями, которые он может вызвать.

Отдельные органы человека имеют также собственную частоту. Если бы коэффициент затухания внутренних органов был невелик, то резонансные явления, возникшие в этих органах под воздействием внешней вибрации или звуковых колебаний, могли бы привести к нежелательным явлениям, обусловленным повреждением этих органов. Однако, такие явления при умеренных внешних воздействиях практически не наблюдаются, т.к. β биологических систем значительно велик. И тем не менее резонансные явления при действии внешних механических колебаний имеют место в биологических системах. В этом, очевидно, заключается одна из причин отрицательного воздействия инфразвуковых колебаний и вибрации на организм человека. Например, резонансные колебания головы человека при частотах 8-27 Гц могут стать причиной уменьшения остроты зрения.

6. Сложение гармонических колебаний одинакового направления.

Возможны случаи, когда тело участвует одновременно в нескольких колебаниях. Например, различные звуковые волны, одновременно воспринимаемые нашим ухом, заставляют барабанную перепонку принимать участие сразу в нескольких гармонических колебаниях (слышать голоса многих людей).

Рассмотрим сложение двух гармонических колебаний одинакового направления и одинаковой частоты. Смещение X колеблющегося тела будет являться суммой смещений X_1 и X_2 , которые запишутся следующим образом:

$$X_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1), \quad X_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2).$$

Смещение результирующего колебания можно получить, сложив эти выражения и произведя соответствующие тригонометрические преобразования. Но мы воспользуемся методом векторных диаграмм, который отличается большей простотой и наглядностью.

Суть метода состоит в том, что:

- 1) синусоидальная (косинусоидальная) величина изображается вращающимся вектором, длина которого в выбранном масштабе выражает амплитуду синусоиды;
- 2) угол, образованный вектором с положительным направлением оси абсцисс в начальный момент времени равен начальной фазе;
- 3) скорость вращения вектора равна угловой частоте;
- 4) мгновенные значения синусоидальной (косинусоидальной) величины выражаются проекциями вращающегося вектора на оси координат (рис.7).

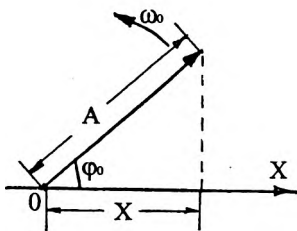


Рис.7

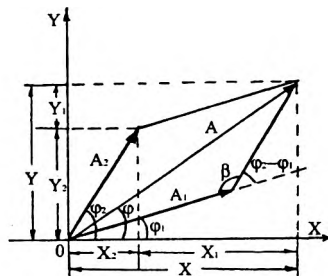


Рис.8

Представим оба колебания с помощью векторов A_1 и A_2 . Построим по правилам сложения результирующий вектор A . Легко видеть, что проекция этого вектора на ось X равна сумме проекций слагаемых векторов $X = X_1 + X_2$, следовательно, вектор A представляет собой результирующее колебание (см. рис.8). Этот вектор вращается с той же угловой скоростью ω_0 как и вектор A_1 и A_2 , так что результи-

рующее движение будет гармоническим колебанием с частотой ω_0 , амплитудой A и начальной фазой φ . Из построения видно, что $\angle\beta = [\pi - (\varphi_2 - \varphi_1)]$, тогда

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos[\pi - (\varphi_2 - \varphi_1)] = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Анализируя первое выражение, приходим к выводам:

- а) если разность фаз обоих колебаний $\varphi_2 - \varphi_1$ равна нулю, амплитуда результирующего колебания равна сумме амплитуд $A_1 + A_2$;
- б) если разность фаз $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm\pi$, т.е. оба колебания находятся в противофазе, то амплитуда результирующего колебания равна $(A_1 - A_2)$.

Если частота колебаний X_1 и X_2 неодинаковы, то A_1 и A_2 будут вращаться с различными скоростями. В этом случае результирующий вектор A пульсирует по величине и вращается с непостоянной скоростью. Следовательно, результирующее движение будет не гармоническим колебанием, а представлять некоторый сложный колебательный процесс.

7. Сложное колебание и его гармонический спектр.

Колебательное движение, при котором смещение изменяется во времени по любому закону, кроме гармонического, называется сложным колебанием. Любое сложное колебание может быть представлено как сумма простых колебаний, что значительно упрощает его анализ. Разложение сложного колебания часто диктуется необходимостью практики. Этот вопрос в общем виде был решён математиком Фурье, который показал, что периодическая функция любой сложности может быть представлена в виде суммы простых гармонических колебаний, частоты которых кратны частоте сложной периодической функции.

Совокупность простых колебаний, на которые можно разложить данное сложное колебание, называют гармоническим спектром. Такое разложение негармонической функции на гармонические колебания называется гармоническим частотным анализом. Разложение сложного колебания на составляющие его простые гармонические колебания выполняется чаще всего на основе его графика, причём для анализа применяются специальные приборы, называемые гармоническими анализаторами. Подобные приборы применяются при специальных исследованиях колебательных процессов в медицине, например, записанных на ленте колебаний биопотенциалов мозга. Такое разложение биопотенциалов мозга может быть использовано с диагностической целью.

В спектре сложного колебания указываются частоты и амплитуды всех составляющих его простых колебаний. Обычно спектр изображается в виде графика: (рис.9б), на горизонтальной оси которого

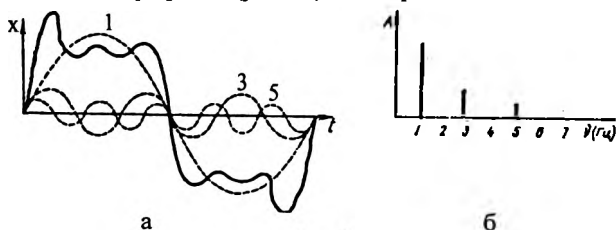


Рис.9

откладываются частоты, причём у каждой частоты (гармоники) простого колебания строится ордината, соответствующая амплитуде этого колебания. На рисунке 9а приведён график сложного колебания и 3 его гармоники с частотами 1 Гц, 3 Гц и 5 Гц. Гармонический спектр сложного колебания в данном случае называют линейчатым. Гармонический анализ позволяет достаточно детально проанализировать и описать любой сложный колебательный процесс. Он находит применение в акустике, радиотехнике и других областях науки и техники.

ЛЕКЦИЯ №6

МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ. АКУСТИКА.

1. Механические волны. Уравнение волны. Волновое уравнение.

Если какое-либо тело совершает колебания в упругой среде, то оно взаимодействует с частицами среды и заставляет их совершать вынужденные колебания. Постепенно всё более удалённые частицы вовлекаются в колебательное движение.

Процесс распространения колебаний, или особых возмущений состояния вещества или поля в пространстве с течением времени называют волнами. Волна называется поперечной, если частицы среды колеблются в направлениях, перпендикулярных к направлению распространения волны, и продольной, если колебания частиц среды происходят в направлении распространения волны.

Упругие волны возникают благодаря связи, существующей между частицами среды: перемещение одной частицы от положения равновесия приводит к перемещению соседних частиц. Этот процесс распространяется в пространстве с определённой скоростью.

Уравнение волны выражает зависимость смещения колеблющейся точки, участвующей в волновом процессе, от координаты её равно-

весного положения и времени. Для волны, распространяющейся вдоль оси OX в общем виде эта зависимость имеет вид: $S = f(x, t)$.

Выведем уравнение плоской волны. Если источник волн находится в точке с координатой $X = 0$ (точка A), рис.1, то уравнение колебаний определяется формулой: $S = A \cos \omega t$.

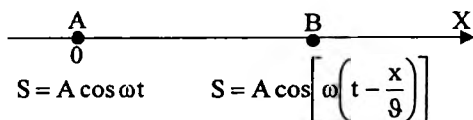


Рис.1

До точки B с некоторой координатой X возмущение дойдёт за время τ , поэтому колебание этой точки запаздывает:

$$S = A \cos[\omega(t - \tau)] \text{ или}$$

$$S = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{g}\right)\right], \text{ где } g - \text{ скорость распространения волны. При}$$

этом предполагается, что в процессе распространения волны не происходит её затухание. Время запаздывания может быть выражено:

$$\tau = \frac{x}{g} = \frac{x}{\lambda v} = \frac{xT}{\lambda}, \text{ где } \lambda - \text{ длина волны, тогда:}$$

$$S = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{g}\right)\right] = A \cos\left(\omega t - \omega \frac{x}{g}\right);$$

или:
$$S = A \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{gT}\right) = A \cos 2\pi\left(tv - \frac{x}{\lambda}\right), \quad \lambda = gT.$$

Полученное соотношение и есть уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль оси X.

Уравнение любой волны есть решение некоторого дифференциального уравнения, называемого волновым. Чтобы установить вид волнового уравнения, возьмём вторые частные производные по координате и времени от уравнения плоской волны $S = A \cos\left(\omega t - \omega \frac{x}{g}\right)$:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -A \sin\left(\omega t - \omega \frac{x}{g}\right) \cdot \omega; \quad \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = -A \omega^2 \cos\left(\omega t - \omega \frac{x}{g}\right); \quad (1)$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} = +A \sin\left(\omega t - \omega \frac{x}{g}\right) \cdot \frac{\omega}{g}; \quad \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = -A \frac{\omega^2}{g^2} \cos\left(\omega t - \omega \frac{x}{g}\right). \quad (2)$$

Сопоставляя вторые производные, находим, что при умножении обеих частей уравнения (1) на $\frac{1}{g^2}$ правые части уравнения (1) и (2) будут

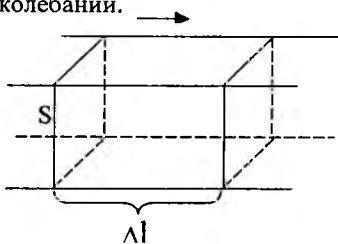
равны, а, значит, равны и левые:
$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{1}{g^2} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}. \quad (3)$$

Уравнение (3) и есть искомое волновое уравнение, т.к. оно получено из уравнения плоской волны, распространяющейся вдоль оси X, оно представляет частный случай более общего уравнения:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial Z^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial X^2} = \frac{1}{g^2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}.$$

2. Энергия волны. Вектор Умова.

Волновой процесс в среде связан с распространением энергии колебаний.



Чтобы подсчитать энергию, переносимую волной, выделим мысленно некоторую площадку S, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны. Пусть в начальный момент времени ($t=0$), фронт плоской волны совпадает с этой площадкой. За время $t \gg T$ (где T – период)

фронт волны переместится на расстояние Δl , тогда в колебательный процесс будет вовлечена масса вещества Δm . Полная энергия массы Δm , участвующей в колебательном движении, определяется по

формуле: $E = \frac{\Delta m \omega_0^2 A^2}{2}$. Энергия, переносимая волной в среде за единицу времени через единичную площадку, называется интенсивностью волны. Обозначим её буквой I тогда:

$$I = \frac{E}{St} = \frac{\Delta m \omega_0^2 A^2}{2St} = \frac{\Delta l S \rho \omega_0^2 A^2}{2St} = \frac{1}{2} \rho \omega_0^2 A^2 g,$$

где g – скорость распространения волны.

Итак: $I = \frac{1}{2} \rho \omega_0^2 A^2 g = \omega g$, где $\omega = \frac{1}{2} \rho \omega_0^2 A^2$ – объёмная плотность энергии. Интенсивность волны измеряется в Вт/м².

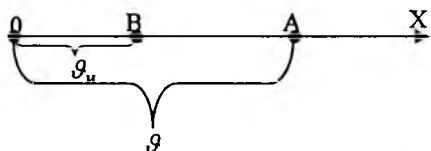
Вектор \vec{I} , показывающий направление распространения волн и равный потoku энергии волн, проходящему через единичную площадку, перпендикулярную этому направлению, называют вектором Умова: $\vec{I} = \omega \vec{g}$.

3. Эффект Доплера.

Эффектом Доплера называют изменение частоты волн, воспринимаемых наблюдателем (приёмником волны) вследствие относительного движения источника волн и наблюдателя.

При теоретическом рассмотрении явления следует отметить, что все скорости (скорость распространения колебаний, наблюдателя и источника) отсчитываются относительно воздуха. Рассмотрим простейшие случаи, когда источник волн и наблюдатель движутся относительно среды вдоль одной прямой. Скорость распространения волн в среде будем считать равной ϑ , скорость источника - $\vartheta_{\text{и}}$; скорость наблюдателя - $\vartheta_{\text{н}}$.

Пусть наблюдатель неподвижен, а источник волн движется с постоянной скоростью $\vartheta_{\text{и}}$ по направлению к наблюдателю. Примем, что частота колебаний источника равна ν , а $\vartheta_{\text{и}} < \vartheta$. Будем считать, что источник находится в начале координат ($X=0$). Колебания возникают в точке $X=0$ в момент времени $t=0$. За одну секунду источник излучит в пространство ν волн. Волны, испускаемые источником за 1 секунду, пройдут расстояние ϑ и фронт волны окажется в точке А. Когда источник испускает последнюю из ν волн, он пройдет путь $\vartheta_{\text{и}}$ и окажется в точке В. Следовательно ν волн укладываются на расстоянии $\vartheta - \vartheta_{\text{и}}$, поэтому длина волны, воспринимаемая наблюдателем будет равна: $\lambda' = \frac{\vartheta - \vartheta_{\text{и}}}{\nu}$, а частота $\nu' = \frac{\vartheta}{\lambda'} = \frac{\vartheta}{\vartheta - \vartheta_{\text{и}}} \nu$. Поделив числитель и знаменатель на ϑ , получим: $\nu' = \frac{\nu}{1 - \frac{\vartheta_{\text{и}}}{\vartheta}}$, т.е. наблюдатель будет воспринимать звук с частотой большей, чем частота неподвижного источника. Если же источник движется от наблюдателя, то $\vartheta_{\text{и}}$ будет с минусом и ν' будет меньше, т.е. $\nu' = \frac{\nu}{1 + \frac{\vartheta_{\text{и}}}{\vartheta}}$.



лучит в пространство ν волн. Волны, испускаемые источником за 1 секунду, пройдут расстояние ϑ и фронт волны окажется в точке А. Когда источник испускает последнюю из ν волн, он пройдет путь $\vartheta_{\text{и}}$ и окажется в точке В. Следовательно ν волн укладываются на расстоянии $\vartheta - \vartheta_{\text{и}}$, поэтому длина волны, воспринимаемая наблюдателем будет равна: $\lambda' = \frac{\vartheta - \vartheta_{\text{и}}}{\nu}$, а частота $\nu' = \frac{\vartheta}{\lambda'} = \frac{\vartheta}{\vartheta - \vartheta_{\text{и}}} \nu$. Поделив числитель и знаменатель на ϑ , получим: $\nu' = \frac{\nu}{1 - \frac{\vartheta_{\text{и}}}{\vartheta}}$, т.е. наблюдатель будет воспринимать звук с частотой большей, чем частота неподвижного источника. Если же источник движется от наблюдателя, то $\vartheta_{\text{и}}$ будет с минусом и ν' будет меньше, т.е. $\nu' = \frac{\nu}{1 + \frac{\vartheta_{\text{и}}}{\vartheta}}$.

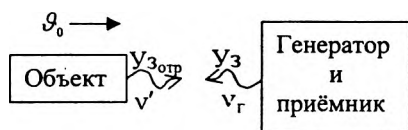
Второй случай – наблюдатель приближается со скоростью $\vartheta_{\text{н}}$ к неподвижному источнику. При этом он встречает на своём пути за один и тот же интервал времени больше волн, чем при отсутствии движения. Это означает, что воспринимаемая им частота ν' больше, чем частота источника, т.е. $\nu' = \frac{\vartheta + \vartheta_{\text{н}}}{\lambda}$. Учитывая, что $\lambda = \frac{\vartheta}{\nu}$, полу-

чим $v' = \frac{g + g_H}{g} v = v \left(1 + \frac{g_H}{g} \right)$, т.е. наблюдатель воспринимает большую частоту колебаний, чем частота источника. Если же наблюдатель удаляется от источника ($-g_H$), то частота, воспринимаемая им, будет меньшей, т.е. $v' = v \left(1 - \frac{g_H}{g} \right)$.

Эффект Доплера наблюдается в волновых движениях любого типа – в волнах на воде, звуковых, радио-, световых волнах.

Например, доплеровский лоцатор специально используется дорожной милицией для определения автомобилей, водители которых превышают допустимую скорость движения.

Использование эффекта Доплера для определения скорости движущихся тел нашло применение в медицине. Рассмотрим следующую



систему: генератор Уз волн совмещён с приёмником, частота генератора v_r . В среде со скоростью g_0 движется объект.

Скорость распространения ультразвука - g . Ультразвуковая волна, отражённая от движущегося объекта будет иметь частоту v' . Приёмник, вследствие эффекта Доплера, воспринимает уже другую частоту - $v_{пр}$. Разница частот будет равна $v_d = v_{пр} - v_r$ и называется доплеровским сдвигом. В медицинских приложениях скорость Уз больше скорости движущегося объекта ($g > g_0$). Для этого случая $v_d = \frac{2g_0}{g} v_r$. Эффект Доплера используется для определения скорости кровотока, скорости движения клапанов и стенок сердца (доплеровская эхокардиография) и других органов.

4. Природа звука. Физические характеристики звуковых волн.

В узком смысле слова под “акустикой” понимают учение о звуке, т.е. об упругих колебаниях и волнах в различных средах, воспринимаемых ухом человека.

Звуковые колебания – это частный случай механических колебаний, распространяющихся в пространстве в форме продольных волн. В связи с важностью акустических понятий для оценки слуховых ощущений, а так же в связи с рядом медицинских приложений данного раздела, остановимся на некоторых характеристиках звука, знание которых необходимо врачу, поскольку звук несёт около 15% информации об окружающем нас мире, а также может быть источником информации о состоянии внутренних органов человека.

Источником звука являются тела (твёрдые, жидкие, газообразные), совершающие колебания в результате каких-либо механических воздействий. Колеблющееся тело излучает в окружающую среду, например, воздух, упругую продольную волну, которая, достигая уха, вызывает слуховые ощущения.

Звуки разделяют: 1) Тоны или музыкальные звуки; 2) Шумы; 3) Звуковые удары.

Тон – это звук, являющийся периодическим процессом с постоянной или закономерно изменяющейся во времени частотой. Если это гармонический процесс, то тон называется простым или чистым. Негармоническому колебанию соответствует сложный тон. Простой тон может быть получен с помощью камертона, звукового генератора. Сложный тон создаётся музыкальными инструментами, аппаратом речи. Сложный тон может быть разложен на простые. Наименьшая частота ν_0 такого разложения соответствует основному тону. Остальные гармоники (обертона) имеют частоты $2\nu_0, 3\nu_0, \dots$. Набор частот с указанием их относительной интенсивности (амплитуды) называют акустическим спектром, являющимся важной физической характеристикой сложного тона.

Шумом называют звук, отличающийся сложной, не повторяющейся во времени зависимостью (шорох, скрип, аплодисменты, звуки от вибрации машин).

Звуковой удар – это кратковременное звуковое воздействие (хлопок, взрыв).

Звуковой тон характеризуется частотой (периодом), амплитудой, гармоническим спектром, а также интенсивностью или силой звука и звуковым давлением.

Интенсивностью или силой звука называют плотность потока энергии звуковой волны: $I = \frac{\Delta E}{\Delta S \Delta t} [\text{Вт/м}^2]$. Звуковое давление – это дополнительное давление p , которое возникает в среде при прохождении звуковых волн. Звуковое давление измеряется в Н/м^2 .

Для плоской гармонической волны давление связано с интенсивностью звука соотношением: $I = \frac{p_0^2}{2\rho g} = \frac{p_{\text{эф}}^2}{\rho g}$, где p_0 – амплитудное значение; $p_{\text{эф}}$ – эффективное значение давления.

Ухо человека воспринимает широкий диапазон интенсивностей. Для того, чтобы волны звуковой частоты создали ощущение звука, необходимо, чтобы интенсивность превышала некоторую минимальную величину I_0 , называемую порогом слышимости. Например, на частоте $\nu = 1 \text{ кГц}$ $I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$ или $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па}$. С другой стороны, звуки очень большой интенсивности не воспринимаются как звук, вызывая лишь ощущение боли в ухе. Максимальная величина интенсив-

ности, при превышении которой возникает ощущение боли, называется порогом болевого ощущения: $I_{\max}=10 \text{ Вт/м}^2$ или $p_{\max}=60 \text{ Па}$ для частоты $\nu=1 \text{ кГц}$. Отношение $\frac{I_{\max}}{I_0}=10^{13}$ раз.

Поскольку диапазон интенсивностей, воспринимаемых звуков довольно велик, оказывается удобным сравнивать интенсивности звука в логарифмической шкале. Шкала уровней интенсивности создаётся следующим образом: значение I_0 принимается за начальный уровень, уровень интенсивности любого звука с интенсивностью I выражают через десятичный логарифм её отношения к I_0 : $L_I = \lg \frac{I}{I_0}$. В

этой шкале уровень интенсивности выражают в белах (Б). Бел – единица, получившая своё название в честь изобретателя телефона Александра Грейама Белла (1847-1922 г.г.).

Если уровень интенсивности некоторого звука $L=1\text{Б}$, то отношение его интенсивности к I_0 будет равно 10 ($\lg 10=1$), если же $L=2\text{Б}$, то $I/I_0=10^2$ ($\lg 10^2=2$). Бел – это довольно большая единица, поэтому обычно уровень интенсивности выражают в децибелах: $1\text{Б}=10\text{дБ}$, тогда $L_{\text{дБ}}=10\lg \frac{I}{I_0}$ или $L_{\text{дБ}}=20\lg \frac{p}{p_0}$. Порог слышимости I_0 имеет уровень интенсивности $L=0\text{дБ}$, а болевой порог – 130дБ .

5. Распространение звуковых волн в среде.

Волновое сопротивление.

Звук распространяется в любых средах, скорость его распространения не зависит от частоты колебаний, но зависит от упругости и плотности среды, а также от её температуры. В воздухе при $t=0^\circ\text{C}$ $\vartheta=331,5 \text{ м/с}$. С ростом температуры скорость увеличивается. В твёрдых и жидких средах скорость звука больше. Для воды она равна 1500 м/с . Эта скорость соответствует примерно средней скорости в мягких тканях человека. Звуковая волна, встречая на своём пути тела, возбуждает в них колебания. При попадании на тело часть энергии отражается и преломляется (законы отражения и преломления звуковых волн аналогичны законам для света), часть энергии может поглотиться телом (поглощение может быть полным). Определённая часть энергии может выйти из тела. Таким образом, энергию волны можно разделить на отражённую, поглощённую, а также прошедшую через среду.

Как уже было сказано, интенсивность волны $I=p_0^2/2\rho\vartheta$ определяется звуковым амплитудным давлением и произведением $\rho\vartheta=\omega$, которое называется волновым сопротивлением. Волновое сопротив-

ление – важнейшая характеристика среды, определяющая условие отражения и преломления волн на её границе. Допустим, что плоская волна падает нормально к границе раздела двух сред, интенсивность её в первой среде – I_1 , интенсивность прошедшей волны во второй среде I_2 . Отношение $\beta = \frac{I_2}{I_1}$ (1) называется коэффициентом проникно-

вения звуковой волны. Это отношение (β) зависит от ряда факторов, в том числе и от частоты колебаний звуковой волны.

Приведём примеры усреднённых значений этого отношения для частоты 512 Гц: Окно открытое – 1; Стена кирпичная – 0,032; Войлок толщиной 2,5 см – 0,55.

Мягкие ткани обладают большим поглощением, поэтому их применяют в тех случаях, когда желательно уменьшить отражение звука от стен.

Рэлея показал, что коэффициент проникновения звука определяется формулой:

$$\beta = 4 \frac{\rho_1 \vartheta_1 \rho_2 \vartheta_2}{[\rho_1 \vartheta_1 / \rho_2 \vartheta_2 + 1]^2} \quad (4)$$

Наибольшее значение, которое может иметь коэффициент β , равно единице. Из (4) видно, что $\beta=1$, если $\rho_1 \vartheta_1 = \rho_2 \vartheta_2$. Итак, при равенстве $\omega_1 = \omega_2$ двух сред звуковая волна пройдёт (при нормальном падении) границу раздела без отражения. Если волновое сопротивление второй среды значительно превышает волновое сопротивление первой, то $\beta \approx 4 \cdot \rho_1 \vartheta_1 / \rho_2 \vartheta_2$ (так как $\rho_1 \vartheta_1 / \rho_2 \vartheta_2 \ll 1$).

Примеры волнового сопротивление некоторых веществ при 20°C: Воздух – 440 кг м⁻²с⁻¹; Бетон – 4800000 кг м⁻²с⁻¹; Вода – 1440000 кг м⁻²с⁻¹.

$$\text{Для бетона } \beta_B = \frac{4 \cdot 440}{4800000} 100\% = 0,037\%.$$

Вывод: только очень малая часть звуковой энергии проходит из воздуха в бетон. Для воды – $\beta_{H_2O} = 0,122\%$.

Такие расчёты могут быть использованы для оценки уровней интенсивности громких шумов и возможности звукоизоляции.

Устранение источников вредных звуков или ослабление их действия с помощью звукопоглощающих материалов находится под контролем санитарной службы, так как шум оказывает вредное воздействие на здоровье человека. Нормально допустимый уровень интенсивности шума 40 – 50 дБ. Предельно допустимый уровень (для высоких частот) – 75 – 80 дБ и 90 – 100 дБ – для низкочастотных звуков.

Для измерения уровня интенсивности шума используют специальные приборы – шумомеры. В них звуковые колебания преобразуются в электрические. Шкала электроизмерительного прибора шумомера непосредственно проградуирована в децибелах.

ЛЕКЦИЯ №7

ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУХОВОГО ОЩУЩЕНИЯ. УЛЬТРАЗВУК. ИНФРАЗВУК.

1. Характеристики слухового ощущения, их связь с физическими характеристиками звука. Зависимость громкости от частоты. Закон Вебера-Фехнера.

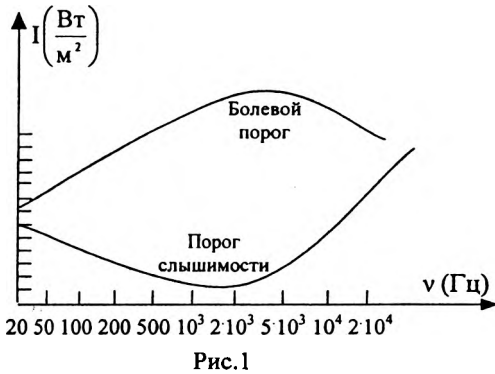
Звуковой тон характеризуется частотой (периодом), гармоническим спектром, интенсивностью или силой звука и звуковым давлением. Все эти характеристики звука являются физическими или объективными характеристиками. Однако звук является объектом слухового ощущения, поэтому оценивается человеком субъективно, т.е. звук имеет и физиологические характеристики, которые являются отражением его физических характеристик. Задачей системы звуковых измерений является - установить эту связь и таким образом дать возможность при исследовании слуха у различных людей единообразно сопоставить субъективную оценку слухового ощущения с данными объективных измерений.

Частота колебаний звуковой волны оценивается как высота звука (высота тона). Чем больше частота колебаний, тем более высоким воспринимается звук.

Другой физиологической характеристикой является тембр, который определяется спектральным составом сложного звука. Сложные тоны одинаковых основных частот могут отличаться по форме колебаний и соответственно по гармоничному спектру. Это различие воспринимается как тембр (окраска звука). Например, ухо различает одну и ту же частоту, воспроизведенную на разных музыкальных инструментах.

Громкость – ещё одна субъективная оценка звука, которая характеризует уровень слухового ощущения. Она зависит, прежде всего, от интенсивности и частоты звука.

Рассмотрим вначале зависимость чувствительности уха от частоты. Ухо человека не одинаково чувствительно к различным частотам при одной и той же интенсивности. Диапазон частот воспринимаемый им – 16Гц-20кГц. Способность человека воспринимать высокочастотные звуки ухудшается с возрастом. Молодой человек может слышать звуки с частотой до 20 000 Гц, но уже в среднем возрасте тот же человек не способен воспринимать звуки с частотой выше 12-14 кГц. В пределах частоты 1 000-3 000 Гц чувствительность наибольшая. Она снижается к частоте 16 Гц и 20 кГц. Очевидно, что характер изменения порога слышимости обратен изменению чувствительности уха,



т.е. при увеличении частоты от 16 Гц, он вначале снижается, в области частот 1000-3000 Гц остается почти неизменным, затем опять повышается. Это отражено на графике зависимости изменения порога слышимости от частоты (см. рис. 1).

График построен в логарифмическом масштабе. Верхняя кривая

на графике соответствует болевому порогу. Нижний график называют кривой порогового уровня громкости, т.е. $J_0 = f(\nu)$ при уровне громкости равном "0". Громкость звука зависит от его интенсивности. Она является субъективной характеристикой звука. Эти два понятия являются неравнозначными. Зависимость громкости от интенсивности звука имеет сложный характер, обусловленный чувствительностью уха к действию звуковых волн. Человек может только приблизительно оценить абсолютную интенсивность ощущения. Однако он достаточно точно устанавливает разницу при сравнении двух ощущений различной интенсивности. Это вызвало появление сравнительного метода измерения громкости. При этом измеряют не абсолютную величину громкости, а соотношение ее с некоторой другой величиной, которая принята за начальный или нулевой уровень громкости.

Кроме этого условились при сравнении интенсивности и громкости звука исходить из тона, с частотой 1 000 Гц, т.е. считать громкость тона частотой 1 000 Гц эталоном для шкалы громкости. Как уже было сказано, сравнительный метод применяется и при измерении интенсивности (силы) звука. Поэтому имеются две шкалы: одна для измерения интенсивности; вторая - для измерения громкости. В основе создания шкалы уровней громкости лежит важный психофизический закон Вебера-Фехнера. Согласно этому закону, если увеличивать раздражение в геометрической прогрессии (т.е. в одинаковое число раз), то ощущение этого раздражения возрастает в арифметической прогрессии (на одинаковую величину). Например, если интенсивность звука принимает ряд последовательных значений: $a J_0, a^2 J_0, a^3 J_0$ ($a > 1$ - некоторый коэффициент), то соответствующие им изменения громкости звука будут равны $E_0, 2E_0, 3E_0$. Математически это означает, что громкость звука прямопропорциональна логарифму интенсивности.

Если действует звуковой раздражитель с интенсивностью J , то на основании закона Вебера-Фехнера уровень громкости E связан с уровнем интенсивности следующим образом:

$$E = KL = K \lg \frac{J}{J_0}, \quad (1)$$

где $\frac{J}{J_0}$ - относительная сила раздражения, K - некоторый коэффициент пропорциональности, зависящий от частоты и интенсивности, принятый равный единице для $\nu = 1000$ Гц. Следовательно, если принять $K=1$ на всех частотах, то в соответствии с формулой (1) мы получим шкалу уровней интенсивностей; при $K \neq 1$ - шкалу громкости, где единицей измерения будет уже не децибел, а фон. Учитывая, что на частоте 1 кГц шкалы громкости и интенсивности совпадают, значит $E_\phi = 10 \cdot \lg \frac{J}{J_0}$. Зависимость громкости от интенсивности и частоты колебаний в системе звуковых измерений определяется на основании экспериментальных данных при помощи графиков, которые называются кривыми равной громкости, т.е. $J=f(\nu)$ при $E = \text{const}$. Нами была построена кривая нулевого уровня громкости или порога слышимости [$J_0 = f(\nu)$]. Эта кривая является основной (нулевой уровень громкости - $E_\phi = 0$).

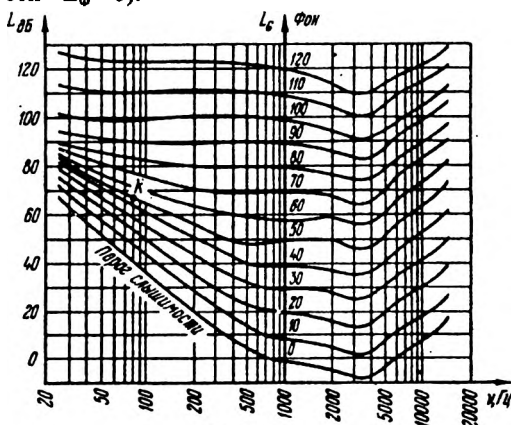


Рис. 2

Если построить аналогичные кривые для различных уровней громкостей, например, ступенями через 10 фонов, то получится система графиков (рис. 2), которая дает возможность найти зависимость уровня интенсивности от частоты при любом уровне громкости. Эти кривые построены на основании средних данных, которые были

получены у людей с нормальным слухом. Нижняя кривая соответствует порогу слышимости, т.е. для всех частот $E_\phi = 0$ (для частоты $\nu = 1$ кГц интенсивность $J_0 = 10^{-12}$ Вт/м²). Исследование остроты слуха называется аудиометрией. При аудиометрии на специальном при-

боре аудиометре определяют у обследуемого порог слухового ощущения на разных частотах. Полученный график называют аудиограммой. Потеря слуха определяется путем сравнения ее с нормальной кривой порога слышимости.

2. Звуковые методы исследования в клинике.

Звуковые явления сопровождают ряд процессов, происходящих в организме, например, работа сердца, дыхание и т.д. Непосредственное выслушивание звуков, возникающих внутри организма, составляют один из важнейших приемов клинического исследования и называются аускультацией (выслушивание). Этот метод известен еще со 2-го века до н. э. Для этой цели используют стетоскоп - прибор в виде прямой деревянной или пластмассовой трубки с небольшим раструбом на одном конце и плоским основанием на другом для прикладывания уха. Звук от поверхности тела к уху проводится как самим столбом воздуха, так и стенками трубки.

Для аускультации используют фанедоскоп, состоящий из полых капсулы с мембраной, прикладываемой к телу больного. От капсулы идут две резиновых трубки, которые вставляются в уши врача. Резонанс столба воздуха в капсуле усиливает звук.

Для диагностики состояния сердечно-сосудистой системы применяется метод - фонокардиография (ФКГ) - графическая регистрация тонов и шумов сердца с целью их диагностической интерпретации. Запись производится с помощью фонокардиографа, состоящего из микрофона, усилителя, системы частотных фильтров и регистрирующего устройства.

Отличным от двух указанных методов является перкуссия - метод исследования внутренних органов посредством постукивания по поверхности тела и анализа возникающих при этом звуков. Характер этих звуков зависит от способа постукивания и свойств (упругости, плотности) тканей, находящихся вблизи места, по которому производится постукивание. Постукивание может производиться специальным молоточком с резиновой головкой, пластинкой из упругого материала, называемой плессиметром, или постукиванием кончиком согнутого пальца одной руки по фаланге пальца другой, наложенной на тело человека. При ударе по поверхности тела возникают колебания, частоты которых имеют широкий диапазон. Одни колебания быстро будут затухать, другие, вследствие резонанса, усилятся и будут слышны. По тону перкуторных звуков определяют состояние и топографию внутренних органов.

3. Ультразвук (УЗ), источники УЗ. Особенности распространения ультразвуковых волн.

Ультразвуком называют звуковые колебания, частота которых занимает диапазон от 20 кГц до 10^{10} Гц. Верхний предел принят совершенно условно из таких соображений, что длина волны в веществе и тканях для такой частоты оказывается соизмерима с межмолекулярными расстояниями с учетом того, что скорость распространения УЗ в воде и тканях одинакова. Смещение в УЗ волне описывается ранее рассмотренным уравнением волны.

Наибольшее распространение, как в технике, так и в медицинской практике получили пьезоэлектрические излучатели УЗ. Пьезоэлектрическим излучателями служат кристаллы кварца, титанита бария, сегнетовой соли и др. Пьезоэффектом (прямым) называют явление возникновения на поверхностях упомянутых кристаллических

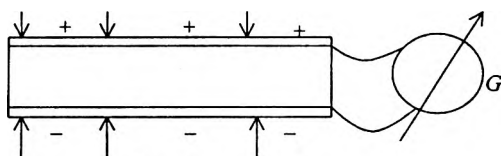


Рис.3а

пластинок противоположных по знаку зарядов под действием механических деформаций (рис.3а). После снятия

деформации заряды исчезают.

Существует и обратный пьезоэффект, который нашел применение и в медицинской практике для получения высокочастотного УЗ.

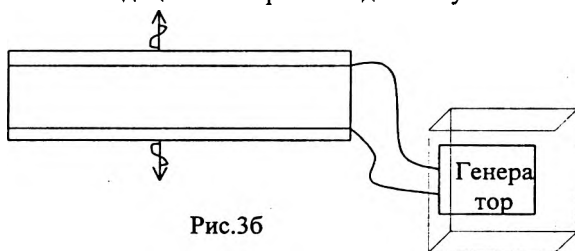


Рис.3б

Если на посеребренные грани поверхности пластинки пьезоэлемента (рис.3б) подать переменное напряжение от генератора, то кварцевая пла-

стинка придет в колебание в такт переменного напряжения генератора. Амплитуда колебаний будет максимальной, когда собственная частота кварцевой пластинки (ν_0) совпадает с частотой генератора (ν_r), т.е. наступит резонанс ($\nu_0 = \nu_r$). Приемник УЗ можно создать на основе прямого пьезоэлектрического эффекта. При этом под воздействием УЗ-волн происходит деформация кристалла, что приводит к появлению переменного напряжения, которое может быть измерено или

зафиксировано на экране электронного осциллографа после предварительного его усиления.

Ультразвук может получаться с помощью аппаратов, основанных на явлении магнитострикции (для получения низких частот), которая заключается в изменении длины (удлинении и укорочении) ферромагнитного стержня, помещенного в высокочастотное магнитное поле. Торцы этого стержня будут излучать низкочастотный УЗ. Кроме указанных источников УЗ имеются механические источники (сирены, свистки), в которых механическая энергия преобразуется в энергию УЗ колебаний.

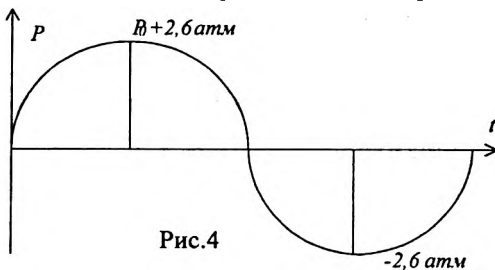
По своей природе УЗ, как и звук, является механической волной, распространяющейся в упругой среде. Скорости распространения звуковых и ультразвуковых волн примерно одинаковы. Однако длина волны УЗ значительно меньше, чем звука. Это позволяет легко сфокусировать УЗ колебания.

Ультразвуковая волна обладает значительно большей интенсивностью, чем звуковая, вследствие большой частоты она может достигать нескольких Ватт на квадратный сантиметр (Вт/см^2), а при фокусировке можно получить УЗ с интенсивностью 50 Вт/см^2 и более.

Распространение УЗ в среде отличается (благодаря малой длине волны) и другой особенностью - жидкости и твердые тела представляют собой хорошие проводники УЗ, а воздух и газ - плохие. Так, в воде при прочих равных условиях УЗ затухает в 1 000 раз слабее, чем в воздухе. При распространении УЗ в неоднородной среде возникает отражение его и преломление. Отражение УЗ на границе двух сред зависит от соотношения их волновых сопротивлений. Если УЗ в среде с $\omega_1 = \rho_1 \vartheta_1$ падает перпендикулярно на плоскую поверхность второй среды с $\omega_2 = \rho_2 \vartheta_2$, то часть энергии пройдет через граничную поверхность, а часть отразится. Коэффициент отражения будет равен нулю, если $\rho_1 \vartheta_1 = \rho_2 \vartheta_2$ т.е. УЗ-энергия не будет отражаться от границы раздела поверхностей, а будет переходить из одной среды в другую без потерь. Для границ раздела воздух-жидкость, жидкость-воздух, твердое тело-воздух и наоборот коэффициент отражения будет равен почти 100%. Объясняется это тем, что воздух имеет очень малое акустическое сопротивление.

Вот поэтому во всех случаях связи излучателя УЗ с облучаемой средой, например, с телом человека, необходимо строго следить, чтобы между излучателями и тканью не было даже минимального воздушного слоя (волновое сопротивление биологических сред в 3000 раз больше волнового сопротивления воздуха). Чтобы исключить воздушный слой, поверхность УЗ излучателя покрывается слоем масла или оно наносится тонким слоем на поверхность тела.

При распространении УЗ в среде возникает переменное звуковое давление, которое колеблется, принимая положительное значение



в области сжатия и отрицательное в следующей за ней области разрежения. Так, например, при интенсивности ультразвука 2 Вт/см^2 в тканях человека создается давление в области сжатия $+ 2,6 \text{ атм.}$, которое в сле-

дующей области переходит в разрежение $- 2,6 \text{ атм.}$ (рис. 4). Сжатие и разрежение, создаваемые ультразвуком, приводят к образованию разрывов сплошной жидкости с образованием микроскопических полостей (кавитация). Если этот процесс происходит в жидкости, то пустоты заполняются парами жидкости или растворенными в ней газами. Затем на месте полости образуется участок сжатия вещества, полость быстро захлопывается, выделяется значительное количество энергии в малом объеме, что приводит к разрушению микроструктур вещества.

4. Медико-биологическое применение ультразвука.

Медико-биологическое действие УЗ весьма разнообразно. До настоящего времени нельзя еще дать исчерпывающее объяснение действия УЗ на биологические объекты. Не всегда легко выделить из многочисленных эффектов, вызываемых УЗ, основные. Тем не менее, показано, что при облучении УЗ биологических объектов необходимо считать в основном со следующими действиями УЗ: тепловое; механическое действие; косвенное, в большинстве случаев, физико-химическое действие.

ТЕПЛОВОЕ ДЕЙСТВИЕ УЗ имеет важное значение, т.к. процессам обмена веществ в биологических объектах свойственна значительная температурная зависимость. Тепловой эффект определяется поглощенной энергией. При этом используются небольшие интенсивности УЗ (около 1 Вт/см^2). Тепловой эффект вызывает расширение тканей, кровеносных сосудов в результате чего усиливается обмен веществ, наблюдается усиление кровотока. Благодаря тепловому действию сфокусированного ультразвука его можно использовать в качестве скальпеля для резки не только мягких тканей, но и костной ткани. В настоящее время разработан метод "сваривания" поврежденных или трансплантируемых костных тканей.

МЕХАНИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ. Механические колебания частиц вещества в ультразвуковом поле могут вызвать положительный биологический эффект (микромассаж тканевых структур). К этому виду воздействия относится и микровибрация на клеточном и субклеточном уровне, разрушение биомакромолекул, разрушение микроорганизмов грибов, вирусов, разрушение злокачественных опухолей, камней в мочевом пузыре и почках. Ультразвук используется для дробления веществ, например, при изготовлении коллоидных растворов, высокодисперсных лекарственных эмульсий, аэрозолей. Путем разрушения растительных и животных клеток из них выделяют биологически активные вещества (ферменты, токсины). УЗ вызывает повреждения и перестройку клеточных мембран, изменение их проницаемости.

ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ УЛЬТРАЗВУКА. Действие ультразвука можно ускорить некоторые химические реакции. Считают, что это связано с активацией УЗ молекул воды, которые затем распадаются, образуя активные радикалы H^+ и OH^- .

Медико-биологическое приложение УЗ можно разделить в основном на два направления: диагностика и терапия. К первому относятся локационные методы с использованием главным образом импульсного излучения. Это эхоэнцефалография – определение опухолей и отеков мозга.

Локационные методы основаны на отражении УЗ от границы раздела сред с различной плотностью. К этому методу относится и ультразвуковая кардиография – измерение размеров сердца в динамике. УЗ локация используется и в офтальмологии для определения размеров глазных сред. Ультразвуковой эффект Доплера используется для изучения характера движения сердечных клапанов и скорости кровотока.

Весьма большое будущее ультразвуковых голографических методов получения изображения таких органов как почек, сердца, желудка и др.

Ко второму направлению относится ультразвуковая терапия. Обычно применяются УЗ с частотой 800 кГц и интенсивностью 1 Вт/см² и меньше. Причем первичными механизмами действия являются механическое и тепловое действие на ткань. Для целей ультразвуковой терапии используется аппарат УТП-ЗМ.

5. Инфразвук (ИЗ), особенности его распространения.

Действие инфразвуков на биологические объекты.

Инфразвуком (ИЗ) называют звуковые колебания, верхний диапазон которых не превышает 16 – 20 Гц. Нижний диапазон 10⁻³ Гц.

Большой интерес представляют ИЗ частотой 0,1 и даже 0,01 Гц. ИЗ входят в состав шумов. Источниками ИЗ являются движение (штормовое) морской или речной воды, шум леса, ветра, грозовые разряды, землетрясение и обвалы, колебания фундаментов зданий, станков, дорог от движущегося транспорта. ИЗ возникает во время вибраций механизмов, при обдувании ветром зданий, деревьев, столбов, при движении человека и животных.

Характерным свойством ИЗ является его малая поглощаемость средами. Поэтому он распространяется на большие расстояния. ИЗ хорошо распространяется в ткани организма человека, особенно в костной ткани. Скорость ИЗ-волн в воздухе 1200 км/ч, в воде 6000 км/ч.

Малая поглощаемость ИЗ позволяет по распространению его в земной коре обнаружить взрывы на большом расстоянии от источника. По измеренным ИЗ колебаниям прогнозируют цунами. В настоящее время разработаны чувствительные приемники ИЗ, с помощью которых, например, удастся предсказать шторм за много часов до его наступления.

ИЗ колебания обладают биологической активностью, которая объясняется совпадением их частоты с альфа ритмом головного мозга.

ИЗ частотой 1-7 Гц с интенсивностью в 70 Дб в течение 8-10 мин. облучения вызывают: головокружение, тошноту, затруднение дыхания, чувство угнетения, головную боль, удушье. Все эти факторы усиливаются при повторном воздействии ИЗ. ИЗ определенной частоты может привести к смертельному исходу.

Вибрации механизмов являются источником ИЗ. В связи с неблагоприятным действием вибрации и ИЗ на организм человека, возникает вибрационная болезнь (ВБ). ВБ возникает при длительном воздействии указанных факторов на определенный участок ткани или органа человека и приводит к утомляемости не только отдельных органов, но и всего организма человека. Она приводит вначале к атрофированию мышц рук и других органов, к понижению чувствительности к механическим вибрациям, к появлению судорог пальцев рук, ног и других органов.

Предполагают, что первичный механизм действия ИЗ на организм имеет резонансную природу. Внутренние органы человека имеют собственную частоту колебаний. При воздействии ИЗ с частотой, равной собственной, возникает резонанс, который и вызывает указанные неприятные ощущения, а в некоторых случаях может привести к тяжелым последствиям: остановке сердца или разрыву кровеносных сосудов.

Частота собственных колебаний тела человека в положении лежа – (3 – 4 Гц), стоя – (5 – 12 Гц), грудной клетки – (5 – 8 Гц), брюшной полости – (3 – 4 Гц) и других органов соответствуют частоте ИЗ. Снижение уровня интенсивности инфразвука в жилых, производственных помещениях и на транспорте – одна из задач гигиены.

ЛЕКЦИЯ №8

ГИДРОДИНАМИКА ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ.

1. Стационарное течение жидкости. Условие неразрывности струи.

Гидродинамика - раздел физики, в котором изучают вопросы движения жидкостей (несжимаемых) и взаимодействие их при этом с окружающими твердыми телами.

К жидкостям относятся вещества, которые по своим свойствам занимают промежуточное положение между газами и твердыми телами. Жидкие среды составляют наибольшую часть организма, их перемещение обеспечивает обмен веществ и снабжение клеток кислородом, поэтому механические свойства и течение жидкостей представляют собой интерес для медиков и биологов.

Рассмотрим установившееся или стационарное течение жидкости, т.е. такое течение, при котором скорости частиц жидкости в каждой точке потока со временем не изменяются.



Рис.1

Стационарное течение характеризуют линиями тока - воображаемыми линиями, совпадающими с траекториями частиц. Касательные к линиям тока показывают направление вектора скорости частиц жидкости, густота этих графически изображенных линий пропорциональна скорости. Часть потока жидкости, ограниченная со всех сторон линиями тока, образует

трубку тока или струю (рис. 1).

Выделим трубку тока настолько узкую, что скорости частиц ϑ в любом ее сечении S , перпендикулярном оси трубки, можно считать одинаковыми по всему сечению. Так как скорость частиц направлена вдоль линии тока, то частицы жидкости не могут выходить за пределы этой трубки. Тогда объем ΔV несжимаемой жидкости, протекающий через любое сечение трубки в единицу времени, остается постоянным:

$$\Delta V = \vartheta \cdot S = \text{const} . \quad (1)$$

Соотношение (1) выражает условие неразрывности струи, т.к. только при сплошном течении через любое сечение за одно и то же время проходят одинаковые объемы несжимаемой жидкости.

Тогда: $\vartheta_1 S_1 = \vartheta_2 S_2$ (см. рис.1), откуда $\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} = \frac{S_2}{S_1}$, т.е. средние скорости течения в различных сечениях трубы обратно пропорциональны площадям этих сечений.

Из условия неразрывности струи следует, что и для реальной жидкости при установившемся течении по трубе переменного сечения количество жидкости, протекающее за одно и то же время через любое сечение трубы, остается постоянным: $Q = \text{const}$. В частности, это с достаточно большой точностью выполняется и для кровотока в крупных кровеносных сосудах человека за время, равное нескольким, скажем трем, сердечным циклам, непосредственно следующих друг за другом.

2. Уравнение Бернулли и его следствия.

Одно из наиболее важных уравнений, используемых для описания движущихся жидкостей, было впервые получено швейцарским математиком и физиком Даниилом Бернулли (1700-1782 г.г.). Для вывода уравнения Бернулли предположил, что имеем дело с идеальной жидкостью. Это значит, что мы пренебрегаем любыми силами вязкого сопротивления и трения. Пусть жидкость течет совершенно плавно без каких-либо турбулентностей, т.е. течение жидкости стационарное. Более того, мы рассматриваем только несжимаемые жидкости, так что определенная масса жидкости будет занимать одинаковый объем, несмотря на положение или условия в потоке.

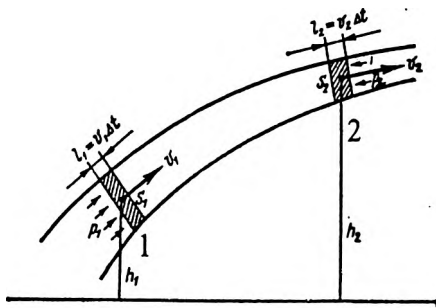


Рис.2

Уравнение Бернулли можно вывести, используя закон сохранения энергии при протекании жидкости через трубу. Как показано на рис.2, трубка тока имеет различные площади поперечного сечения и различную высоту над некоторым исходным уровнем. Если совершить некоторую работу A над жидкостью, это вызовет изменение в потенциальной и

кинетической энергии жидкости: $A = \Delta E_{\text{п}} + \Delta E_{\text{к}}$ (2). Выделим в трубке тока достаточно малый объем жидкости ΔV массой m . Мы совершаем работу, действуя силой F_1 на количество жидкости в положении 1 (см. рис. 2) и перемещая каждый малый элемент этого объема на величину единичного перемещения l_1 с постоянной скоростью v_1 . Так, объем $\Delta V_1 = l_1 S_1$ перемещен на расстояние l_1 и проделанная над жидкостью работа равна $F_1 l_1$. Каково влияние этого перемещения на жидкость, находящуюся в положении 2? Поскольку жидкость несжимаема, перемещение объема $l_1 S_1$ на расстояние l_1 в положение 1 означает

перемещение равного объема в положение 2. Поэтому количество жидкости, с площадью поперечного сечения S_2 смещается на расстояние l_2 с постоянной скоростью ϑ_2 , где $S_1 l_1 = S_2 l_2$. Объем жидкости в положении 2 движется вдоль трубы, толкая следующие слои жидкости. Сила F_2 , действует при перемещении l_2 , поэтому работа, совершаемая этим объемом жидкости равна $F_2 l_2$. Результирующая работа сил, оказывающих давление p_1 и p_2 на торцы объема 1 и 2 при его перемещении $A = F_1 l_1 - F_2 l_2$, т.к. силы со стороны соседних трубок тока нормальны к поверхности рассматриваемой трубки тока (идеальная жидкость), то они работы не совершают.

Записывая каждую силу как произведение давления на площадь поперечного сечения, имеем:

$$A = F_1 l_1 - F_2 l_2 = p_1 S_1 l_1 - p_2 S_2 l_2 = (p_1 - p_2) \Delta V, \quad (3)$$

где $\Delta V = \Delta V_1 = S_1 l_1 = S_2 l_2 = \Delta V_2$.

Масса $\rho \Delta V$ жидкости под давлением p_1 , двигаясь с постоянной скоростью ϑ_1 на высоте h_1 , преобразуется в равную массу жидкости под давлением p_2 , движущуюся со скоростью ϑ_2 на высоте h_2 . Тогда изменения в потенциальной и кинетической энергиях между положениями 1 и 2 равны:

$$\Delta E_n = \Delta(mgh) = mg \Delta h = \rho \Delta V g (h_2 - h_1), \quad (4a)$$

$$\Delta E_k = \Delta\left(\frac{1}{2} m \vartheta^2\right) = \frac{1}{2} m \Delta(\vartheta^2) = \frac{1}{2} \rho \Delta V (\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2), \quad (4b)$$

где мы выразили массу каждого объема жидкости как $m = \rho V$. Подставляя (3), (4a) и (4b) в (2), находим:

$$(p_1 - p_2) \Delta V = \rho \Delta V g (h_1 - h_2) + \frac{1}{2} \rho \Delta V (\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2).$$

Наконец, разделив на ΔV и перегруппировав члены, получаем:

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho \vartheta_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho \vartheta_2^2.$$

Поскольку положения 1 и 2 произвольны, величина $p + \rho g h + \frac{1}{2} \rho \vartheta^2$ определена в любой точке и всегда одинакова:

$$p + \rho g h + \frac{1}{2} \rho \vartheta^2 = \text{const.} \quad (5)$$

Это и есть уравнение Бернулли, которое может быть отнесено не только к сечениям трубки, но и к точкам, расположенным вдоль некоторой линии тока. Слагаемые, входящие в уравнение Бернулли, имеют размерность и смысл давления. Давление p называют статическим: оно не связано с движением жидкости и может быть измерено, например, манометром, перемещающимся вместе с жидкостью. Давле-

ние $\frac{1}{2} \rho v^2$ называют динамическим: оно обусловлено движением жидкости и проявляется при ее торможении. Давление ρgh – гидростатическое (весовое). В состоянии невесомости гидростатическое давление отсутствует, с увеличением перегрузок оно возрастает. В этих терминах уравнение Бернулли можно сформулировать как закон: при стационарном течении идеальной жидкости сумма статистического, динамического и гидростатического давлений одинакова в различных точках линии тока, в любом поперечном сечении потока.

Для горизонтальной трубки тока гидростатическое давление остается постоянным (т.к. $h = \text{const}$) и может быть отнесено в правую часть уравнения (5), которое в этом случае можно записать так:

$$p_{\text{ст}} + p_{\text{дин}} = \text{const.}$$

Статистическое давление обуславливается потенциальную энергию жидкости (энергия давления), динамическое давление – кинетическую. Из последнего уравнения следует вывод, называемый правилом Бернулли:

статическое давление невязкой жидкости при течении по горизонтальной трубке возрастает там, где скорость ее уменьшается и наоборот.

Уравнение Бернулли, полученное для идеального случая, можно использовать и для объяснения реальных примеров.

На рис. 3 монотрические трубки 1 и 3 демонстрируют величину

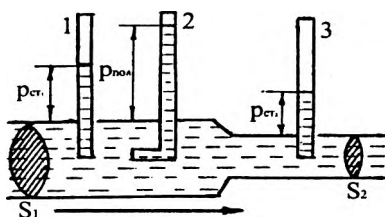


Рис.3

ну статического давления в разных сечениях горизонтальной трубки. Так как нижнее сечение этих трубок параллельно линиям тока, то динамического давления они не показывают. Оно определяется по разности между полным давлением $p_{\text{полн}}$ и статическим: $p_{\text{дин}} = p_{\text{полн}} - p_{\text{ст}}$. Для измерения полного давления используется трубка, изогнутая под прямым углом к потоку (рис.3). Здесь $S_2 < S_1$, $v_2 > v_1$ и $p_2 < p_1$. Сечение трубки S_2 можно сделать столь узким, что вследствие малого статического давления (ниже атмосферного) в это сечение будет засасываться воздух или жидкость (всасывающее действие струи). Это используется в водоструйных насосах, медицинских ингаляторах, в пульверизаторах.

здесь трубка, изогнутая под прямым углом к потоку (рис.3). Здесь $S_2 < S_1$, $v_2 > v_1$ и $p_2 < p_1$. Сечение трубки S_2 можно сделать столь узким, что вследствие малого статического давления (ниже атмосферного) в это сечение будет засасываться воздух или жидкость (всасывающее действие струи). Это используется в водоструйных насосах, медицинских ингаляторах, в пульверизаторах.

3. Вязкость жидкости. Уравнение Ньютона.

В реальной жидкости между молекулами действуют силы взаимного притяжения, обуславливающие внутреннее трение, или вязкость. Внутреннее трение, например, вызывает силу сопротивления при помешивании жидкости, замедляет скорости падения брошенных в неё тел.

Ньютон установил, что сила $F_{\text{тр}}$ внутреннего трения между двумя слоями жидкости, движущимися с различными скоростями, прямо пропорциональна площади S соприкасающихся слоёв и градиенту скорости $\frac{d\vartheta}{dx}$ между ними (градиент скорости между слоями – это изменение скорости, отнесённое к длине в направлении, перпендикулярном скорости):

$$F_{\text{тр}} = \eta \cdot S \frac{d\vartheta}{dx}, \quad (6)$$

где η – коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом внутреннего трения или динамической вязкостью (или просто вязкостью). Вязкость зависит от состояния и молекулярных свойств жидкости. Уравнение (6) – это уравнение Ньютона.

Единицей вязкости в СИ является $\text{Н} \frac{\text{с}}{\text{м}^2} = \text{Па} \cdot \text{с}$, в системе СГС – $\text{дин} \cdot \frac{\text{с}}{\text{см}^2}$, эта единица называется пуазом (П). Соотношение между ними: $1 \text{Па} \cdot \text{с} = 10 \text{П}$.

На практике вязкость жидкости характеризуют относительной вязкостью, под которой понимают отношение коэффициента вязкости η данной жидкости к коэффициенту вязкости воды $\eta_{\text{в}}$ при той же температуре:

$$\eta_{\text{отн}} = \frac{\eta}{\eta_{\text{в}}}.$$

В большинстве жидкостей (вода, низкомолекулярные органические соединения, истинные растворы, расплавленные металлы и их соли) коэффициент вязкости зависит только от природы жидкости и температуры (с повышением температуры η понижается). Такие жидкости называются ньютоновскими.

У некоторых жидкостей, преимущественно высокомолекулярных (растворы полимеров) или представляющих дисперсионные системы (суспензии, эмульсии), коэффициент вязкости зависит также от режима течения (давления и градиента скорости). При их увеличении вязкость жидкости уменьшается вследствие нарушения внутренней

структуры потока жидкости. Такие жидкости называют структурно-вязкими или неньютоновскими. Их вязкость характеризуют так называемым условным коэффициентом вязкости, который относится к определённым условиям течения жидкости (давление, скорость).

Кровь представляет собой суспензию форменных элементов в белковом растворе – плазме. Поэтому, строго говоря, она должна быть отнесена к неньютоновским жидкостям. Кроме того, при течении крови по сосудам наблюдается концентрация форменных элементов в центральной части потока, где вязкость соответственно увеличивается. Но так как вязкость крови не очень велика, этими явлениями часто пренебрегают и считают её коэффициент вязкости постоянной величиной. Относительная вязкость крови в норме составляет 4,2–6. При заболеваниях она может снижаться до 2–3 или повышаться до 15–20.

4. Ламинарное и турбулентное течение. Число Рейнольдса.

Простейшим типом движения жидкости является ламинарное течение, в котором слои потока постепенно сменяют друг друга. При низких скоростях течение потока через трубу будет ламинарным. Но при большой скорости ламинарное течение не может быть сохранено. Течение становится очень неравномерным, в потоке развиваются случайные вихри, и резко возрастает сопротивление. Этот тип движения называется турбулентным. Для турбулентного течения характерны местные изменения давления в жидкости, вызывающие колебательное движение ее частиц, которое сопровождается звуковыми явлениями (шум, журчание), благодаря которым турбулентное течение легко обнаруживается. Эксперименты показывают, что турбулентность возникает, когда определенная комбинация величин превосходит критическое значение. Эта комбинация называется числом Рейнольдса:

$$R_e = \frac{2\rho r\vartheta}{\eta}, \quad (7)$$

где ρ и η - соответственно плотность и вязкость жидкости, r - радиусы трубы, ϑ - средняя скорость поступательного течения жидкости. Легко проверить, что R_e - безразмерная величина. Поток через трубу будет ламинарным, если R_e меньше 2000. Для $R_e > 3000$ - поток турбулентный. Режим с R_e между 2000 и 3000 является промежуточным, в котором течение не стабильно и может изменяться случайным образом между ламинарным и турбулентным.

Поток крови в аорте в состоянии покоя является ламинарным и может быть выражен как произведение площади поперечного сечения аорты S и средней скорости потока, т.е.: $Q = S \cdot \bar{\vartheta}$.

Однако во время напряженной деятельности скорость \bar{v} расхода крови растет, а это приводит к тому, что число R_e достигает 2000 и течение становится турбулентным. В мелких кровеносных сосудах скорость остается достаточно малой и поток по-прежнему ламинарный.

5. Течение вязкой жидкости по трубам. Формула Пуазейля. **Гидравлическое сопротивление.**

Течение вязкой жидкости по трубам представляет для медиков особый интерес, т.к. кровеносная система состоит в основном из цилиндрических сосудов разного диаметра. Вследствие симметрии ясно, что в трубе частицы текущей жидкости, равноудаленные от её оси, имеют одинаковую скорость. Наибольшей скоростью обладают частицы, движущиеся вдоль оси трубы, а самый близкий к трубе слой жидкости неподвижен. Примерное распределение скорости частиц жидкости в сечении трубы показано на рис. 4.



Рис.4

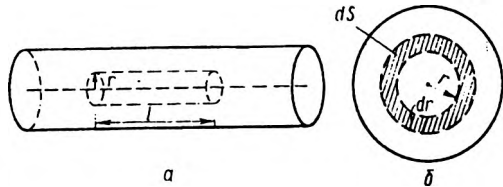


Рис.5

Выделим мысленно цилиндрический объем жидкости некоторого радиуса r и длины l (см. рис.5а) и определим зависимость $\vartheta = f(r)$. На торцах выделенного нами цилиндра поддерживаются давления p_1 и p_2 соответственно, что обуславливает результирующую силу:

$$F = p_1 \pi r^2 - p_2 \pi r^2 = (p_1 - p_2) \pi r^2.$$

На боковую поверхность цилиндра со стороны окружающего слоя жидкости действует сила внутреннего трения, равная в данном случае:

$$F_{\text{тр}} = \eta \frac{d\vartheta}{dr} S = \eta \frac{d\vartheta}{dr} 2\pi r l,$$

где $S = 2\pi r l$ - площадь боковой поверхности цилиндра. Так как жидкость движется равномерно, то силы, действующие на выделенный цилиндр, уравновешены: $F = F_{\text{тр}}$. Подставляя в это равенство выражение для F и $F_{\text{тр}}$ и учитывая, что скорость уменьшается с увеличением r , т.е. $\frac{d\vartheta}{dr} < 0$ (значит и $F_{\text{тр}}$ надо взять со знаком «минус»), получаем:

$$(p_1 - p_2) \pi r^2 = -\eta \frac{d\vartheta}{dr} 2\pi r l.$$

Следовательно, имеем:

$$d\vartheta = - \frac{P_1 - P_2}{2\eta l} r dr.$$

Проинтегрируем это уравнение:

$$\int_0^R d\vartheta = - \frac{(P_1 - P_2)}{2\eta l} \int_R^r r dr.$$

Здесь нижние пределы соответствуют слою, прилегающему к внутренней поверхности трубы ($\vartheta = 0$ при $r = R$), а верхние пределы – переменные. В результате интегрирования получаем параболическую зависимость скорости слоев жидкости от расстояния их до оси трубы (см. огибающую концов векторов скорости на рис.4)

$$\vartheta = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l} (R^2 - r^2). \quad (8)$$

Из этого выражения видно, что наибольшую скорость имеет слой, текущий вдоль оси трубы ($r = 0$):

$$\vartheta_{\max} = \frac{(P_1 - P_2)R^2}{4\eta l}, \quad (9)$$

а для пристеночного слоя ($r = R$) скорость равна "0".

Установим от каких факторов зависит объем Q жидкости, протекающей через горизонтальную трубу за 1 секунду. Для этого выделим цилиндрический слой радиусом r и толщиной dr (см. рис. 56). Площадь сечения этого слоя $dS = 2\pi r dr$, т.к. слой тонкий, то можно считать, что он перемещается с одинаковой скоростью ϑ . За 1с через слой переносится объем жидкости:

$$dQ = \vartheta dS = \vartheta 2\pi r dr. \quad (10)$$

Подставляя (8) в (10), получаем: $dQ = \pi \frac{P_1 - P_2}{2 \cdot l \cdot \eta} (R^2 - r^2) r dr$ откуда интегрированием по всему сечению находим:

$$\begin{aligned} Q &= \pi \frac{P_1 - P_2}{2 \cdot l \cdot \eta} \cdot \int_0^R (R^2 - r^2) r \cdot dr = \pi \frac{P_1 - P_2}{2 \cdot l \cdot \eta} \left(R^2 \cdot \frac{r^2}{2} \Big|_0^R - \frac{r^4}{4} \Big|_0^R \right) = \\ &= \pi \frac{P_1 - P_2}{2 \cdot l \cdot \eta} \cdot \frac{R^4}{4}, \\ &\text{или} \\ Q &= \frac{\pi \cdot R^4}{8 \cdot \eta} \cdot \frac{P_1 - P_2}{l}; \quad \left(Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \cdot \frac{dp}{dl} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Эта зависимость известна под названием формулы Пуазейля или Гагена-Пуазейля. Этой формуле можно придать и такой вид:

$$Q = \frac{P_1 - P_2}{\omega}, \text{ где } \omega = \frac{8\eta}{\pi R^4}. \quad (12)$$

Величину ω называют гидравлическим сопротивлением. Оно обратно пропорционально четвертой степени радиуса и поэтому значительно возрастает с уменьшением радиуса трубы. Заметим, что если R удваивается, то Q возрастает в 16 раз. Аналогично, при уменьшении R поток значительно уменьшится. Так, если что-либо приведет к утолщению артериальных стенок (что вызывает уменьшение R), ослабевший поток крови может вызвать стенокардию, которая характеризуется болями в груди, сопровождающимися общим недомоганием.

Улучшения состояния можно достичь, вводя некоторые вещества, например, нитроглицерин, который расслабляет мышцы артериальных стенок, увеличивает R и, соответственно, увеличивает поток крови и уменьшает нагрузку на сердце.

ЛЕКЦИЯ №9

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ГЕМОДИНАМИКИ.

1. Движение жидкости и крови по трубам с эластичными стенками. Кровеносная система как разветвление труб.

Кровообращение – это один из наиболее важных процессов, происходящих в живых организмах. Раздел биофизики, изучающий законы движения крови по сосудистой системе, называют гемодинамикой (греч. *haima* – кровь). Общие законы течения жидкости, изучаемые гидродинамикой, установлены в рамках классической физики и являются основой для описания сложных гемодинамических процессов в живом организме. Однако свойства крови во многом отличны от свойств применяемых в технике жидкостей, а обладающие упругими стенками и многократно ветвящиеся кровеносные сосуды значительно отличаются, например, от системы водопроводных труб. Поэтому биофизика рассматривает лишь упрощённую модель кровообращения.

Для понимания многих физиологических явлений необходимо знать связь между давлением и скоростью движения крови, а также зависимость этих величин от свойств крови, кровеносных сосудов и от работы сердца. На основе этих количественных закономерностей возможна разработка методов диагностики и лечения целого ряда заболеваний.

Одной из особенностей физической модели сердечно-сосудистой системы является эластичность её стенок. Под эластичностью понимают способность материала или изделия испытывать более или ме-

нее значительные упругие обратимые деформации при сравнительно небольших усилиях.

Стенки кровеносных сосудов неодинаковы по своему строению. Аорта и крупные артерии имеют стенки, состоящие, помимо мышечных волокон, из эластина и коллагена. Эластин допускает деформации до 200-300%, коллаген до 10%. Артериолы состоят полностью только из мышечной ткани, растяжимость которых значительно меньше. Стенки же капилляров не покрыты ни эластичной, ни мышечной тканью.

Течение жидкости по трубам (сосудам) с эластичными стенками обладает определённой спецификой. При постоянном давлении эластичность стенок трубки не имеет существенного значения. Например, можно наблюдать одинаковое непрерывное стационарное вытекание жидкости из стеклянной (жёсткой) и резиновой (эластичной) трубок.

Если через трубки пропускать пульсирующий поток, используя для этой цели периодически действующий насос, то характер истечения жидкости будет различным: из жёсткой трубки – прерывистый, из эластичной – непрерывный. Когда такой насос проталкивает жидкость в трубу с эластичными стенками, уже заполненную жидкостью, то давление в трубке повышается, стенка её растягивается и вмещает избыток жидкости. Затем, когда давление со стороны насоса падает, стенка трубки сокращается и потенциальная энергия стенки переходит в кинетическую энергию жидкости, в результате чего избыток жидкости из начального участка трубы переходит в следующий её участок, стенка которого сначала тоже растягивается, а затем, сжимаясь, перегоняет жидкость в остальные части трубы и т.д. Растяжение и постепенное сжатие стенок эластичной трубы обеспечивает более равномерное протекание в ней жидкости при пульсирующем насосе.

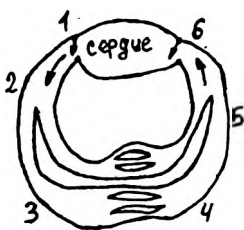


Рис.1

Другой особенностью сердечно-сосудистой системы является то, что она представляет замкнутую, многократно разветвленную и заполненную жидкостью систему трубок, движение жидкости, в которой происходит под действием ритмически работающего нагнетательного насоса (сердца). Из рис.1 видно последовательное соединение аорты (1-2), артерий и артериол (2-3), капилляров (3-4), венул (4-5) и вен (5-6), а также параллельное соединение артерий и артериол, капилляров и венул. Общее гидравлическое сопротивление этих соединений можно определить по аналогии с законами соединения резисторов: для последова-

тельного соединения — $Z = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n$; для параллельного — $\frac{1}{Z} = \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n} \right)$.

Рассмотрим гемодинамические показатели в разных участках сосудистой системы. Гидравлическое сопротивление Z в значительной степени зависит от радиуса сосуда $Z \sim \frac{1}{R^4}$. Отношение радиусов для различных участков сосудистой системы: $R_{\text{аорт}} : R_{\text{ар}} : R_{\text{кап}} \approx 3000 : 500 : 1$, поэтому можно записать соотношение $Z_{\text{кап}} > Z_{\text{ар}} > Z_{\text{аорт}}$. Площадь суммарного просвета всех капилляров в 500-600 раз больше поперечного сечения аорты. По закону неразрывности струи это означает, что $Q_{\text{кап}} \approx \frac{1}{500} Q_{\text{аорт}}$. И если в аорте средняя скорость равна примерно 0,5 м/с, то в капиллярах 0,3-0,5 мм/с. Именно в капиллярной сети при медленной скорости движения происходит обмен веществ между кровью и тканями. На рис.2 приведена кривая (1) распределения линейных скоростей вдоль сосудистой системы.

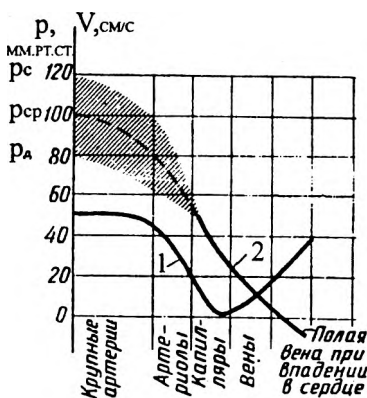


Рис.2

При сокращении сердца давление крови в аорте испытывает колебания. Рассмотрим среднее давление за период. Падение среднего давления вдоль сосудов может быть описано законом Пуазейля ($\Delta p = QZ$). Сердце выбрасывает кровь под средним давлением $p_{\text{ср}}$. По мере продвижения по сосудам среднее давление падает. Поскольку $Q = \text{const}$, а $Z_{\text{кап}} > Z_{\text{ар}} > Z_{\text{аорт}}$, то для средних значений падения давления: $\Delta p_{\text{кап}} > \Delta p_{\text{ар}} > \Delta p_{\text{аорт}}$. В крупных сосудах среднее давление падает всего на 15%, а в мелких на 85%. Это означает, что большая часть

энергии, затрачиваемой левым желудочком сердца на изгнание крови, расходуется на её течение по мелким сосудам. Распределение давления (превышение над атмосферным) в различных отделах сосудистого русла представлено на рис.2 (кривая 2). Отрицательное значение давления означает, что оно ниже атмосферного. Заштрихованная область соответствует колебанию давления: $p_{\text{с}}$ — систолическое давление ≈ 120 мм.рт.ст.; $p_{\text{д}}$ — диастолическое давление ≈ 80 мм.рт.ст.

2. Распространение пульсовых волн.

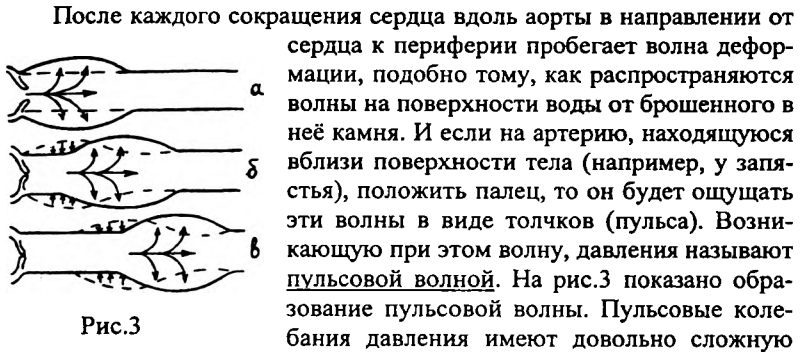


Рис.3

форму. Однако, как и всякий сложный периодический процесс, они могут быть представлены в виде набора гармонических составляющих (разложение в ряд Фурье). Гармонический анализ пульсовых колебаний кровотока является одним из важных методов его изучения. Для первой гармонической составляющей пульсового давления (p) можно записать простое выражение:

$$p = p_0 \cdot e^{-\alpha x} \sin \left(\omega \left(t - \frac{x}{g} \right) \right),$$

где $p_0 \cdot e^{-\alpha x}$ - амплитуда пульсовой волны (разность между максимальным и минимальным значениями давлений в данной точке сосуда);

p_0 - амплитуда волны в начале аорты, она равна разности систолического и диастолического давлений;

x - расстояние от сердца до данной точки;

ω - циклическая частота сердечных сокращений;

g - скорость распространения пульсовой волны;

α - коэффициент затухания, который зависит от свойств кровеносных сосудов и увеличивается с уменьшением радиуса сосуда.

Мы видим, что амплитуда пульсаций уменьшается по экспоненциальному закону. Происходит также сдвиг колебаний по фазе, который увеличивается с возрастанием расстояния от сердца до рассматриваемого участка сосудистой системы.

Скорость пульсовой волны в крупных сосудах следующим образом зависит от их параметров (формула Моенса-Кортевега):

$$g_n = \sqrt{\frac{Eh}{\rho d}},$$

где E - модуль упругости сосуда; h - толщина его стенки; d - диаметр сосуда; ρ - плотность крови.

Аналитические исследования показывают, что величина $\frac{h}{d}$ мало изменяется у разных людей и практически не зависит от типа артерии. Поэтому, можно считать, что скорость пульсовой волны изменяется только от упругости стенки сосуда, её модуля упругости. С возрастом, а также при заболеваниях, сопровождающихся увеличением E (гипертония, атеросклероза), ϑ может увеличиваться почти в 2-4 раза по сравнению с нормой. Это позволяет использовать изменение ϑ при постановке диагноза.

Скорость пульсовой волны легко измерить. Так, от момента сердечного сокращения до появления пульса в лучевой артерии человека происходит около 0,1 с, а расстояние от сердца до места измерения пульса примерно 70 см, что даёт значение $\vartheta_n = 7 \frac{M}{c}$. За это время кровь проходит в артерии расстояние всего лишь 5 см. Следовательно, скорость распространения пульсовой волны намного больше линейной скорости кровотока.

Наряду с пульсовой волной в системе “сосуд-кровь” могут распространяться и звуковые волны, скорость которых очень велика ($\vartheta_{зв} \approx 1500 \frac{M}{c}$).

3. Нарушения гемодинамических показателей сосудистой системы.

Основная функция сердечно-сосудистой системы – обеспечение непрерывного движения крови по капиллярам, где происходит обмен веществ между кровью и тканями.

Различают два основных механизма переноса веществ: диффузионный обмен молекулами, обусловленный различием концентраций этих молекул по разные стороны стенки сосудов и фильтрационно-реабсорбционный механизм – движение вместе с жидкостью через поры в капиллярной стенке под действием градиента давления.

Под действием давления в капилляре жидкость стремится выйти из капилляра в ткани (фильтрация), а под действием давления в тканевой жидкости – возвращается опять в капилляр (реабсорбция).

При нормальных физиологических условиях обычно фильтрация происходит в артериальном конце, а реабсорбция – в венозном конце капилляра и между ними существует равновесие (фильтрационно-реабсорбционное равновесие).

Нарушения гемодинамических показателей сосудистой системы и структуры капиллярной стенки неизбежно приводят к нарушению

обмена веществ. Причиной нарушения гемодинамики могут быть изменения просветов сосудов и реологических свойств крови. Под реологией крови (гемореологией) понимают изучение биофизических особенностей крови как вязкой жидкости. Кровь является неньютоновской жидкостью. Это связано с тем, что она представляет собой суспензию форменных элементов в растворе – плазме. При чём 93% форменных элементов составляют эритроциты, которые представляют собой очень гибкие двояковогнутые диски диаметром $d_{эр} \approx 8 \text{ мкм}$. Важным показателем является отношение объёма эритроцитов ($V_{эр}$) к объёму плазмы ($V_{пл}$), который называется гематокритом. В норме $\frac{V_{эр}}{V_{пл}} \approx 0,4$. С повышением гематокрита вязкость крови возрастает.

Сами эритроциты могут “склеиваться” друг с другом образуя агрегаты, которые называют монетными столбиками. В крупных сосудах (аорте, артерии) эритроциты собираются в агрегаты и в этом случае вязкость крови $\eta = 0,005 \text{ Па}\cdot\text{с}$. В мелких сосудах (мелкие артерии, артериолы) агрегаты распадаются на отдельные эритроциты, тем самым уменьшая вязкость крови. В микрососудах (капиллярах) эритроциты легко деформируются, становясь похожими на купол, и проходят, не разрушаясь, через капилляры даже диаметром 3 мкм. При болезни называемой сфероцитозом эритроциты имеют сферическую форму. При движении таких эритроцитов через капилляры мембраны их растягиваются, и определённый процент эритроцитов разрушается. Уменьшение их количества в крови ведёт к анемии. При анемии вязкость крови уменьшается и составляет 0,002-0,003 Па·с. В связи с уменьшением или увеличением вязкости крови изменяется градиент давления в сосуде, что вызывает изменение капиллярного давления. Эти изменения могут быть причиной нарушения фильтрационно-реабсорбционного равновесия. Одним из патологических проявлений, связанных с нарушением фильтрационно-реабсорбционного равновесия, является возникновение отёков. Они возникают, если слишком много жидкости фильтруется из капилляров в ткань по сравнению с её реабсорбцией.

Как правило, движение крови по сосудам является ламинарным. Однако в ряде случаев возможно возникновение турбулентности. Вихри потока уже изначально существуют, когда кровь выталкивается из желудочка в аорту. У мест разветвления сосудов, а так же при возрастании скорости кровотока (например, при мышечной работе) течение может стать турбулентным и в артериях. Турбулентное течение может возникнуть и в области сужения сосуда, например, при образовании тромба. Оно связано с дополнительной затратой энергии и в кровеносной системе это может привести к дополнительной нагрузке на сердце. Шум, возникающий при турбулентном течении крови, мо-

жет быть использован для диагностики заболеваний. При поражении клапанов сердца возникают так называемые сердечные шумы.

На трансапиллярный обмен может повлиять сужение просветов сосудов или локальное расширение. В процессе старения организма, а так же при определённых заболеваниях (чрезмерном питании, курении, злоупотреблении алкоголем) возникает атеросклероз – утолщение стенок артерии за счёт отложения на их поверхности холестериновых бляшек, что ведёт к сужению просвета артерии.

Допустим, что на некотором участке крупной артерии диаметром d_1 возникло сужение диаметром d_2 (рис.4). Течение крови по артерии будет происходить до того момента, пока статическое давление p_2 в месте образования сужения будет превышать наружное давление p_0 (будем считать его приближённо равным атмосферному). При уменьшении сужения до d_{\min} под действием внешнего давления p_0 просвет в месте сужения закрывается.

Кровь из левого желудочка должна будет выбрасываться под большим давлением, чем p_1 , иначе давление в конце сосуда станет ниже нормы, это приведёт к понижению капиллярного давления и нарушению фильтрационно-реабсорбционного равновесия. Сердце будет работать в условиях повышенной нагрузки. Образование тромба в капилляре так же приводит к нарушению линейной зависимости падения давления вдоль капилляра, что может так же привести к нарушению фильтрационно-реабсорбционного равновесия.

Некоторые патологические процессы могут приводить к локальному снижению прочности и упругости кровеносных сосудов. В результате на этом участке возникает вздутие сосуда (аневризма) (рис.5). Скорость кровотока ϑ_2 в месте развития аневризмы будет меньше скорости ϑ_1 в недеформированной части. На основании уравнения Бернулли давление p_2 будет больше давления p_1 и больше наружного давления p_0 .

Возникшая аневризма под действием повышенного давления будет иметь тенденцию к расширению. В результате возможен разрыв аневризмы.

Иногда встречается аневризма аорты в месте её разветвления, в котором происходит отражение пульсовых волн. Под действием отражённой пульсовой волны стенки аорты расширяются выше нормы. Причины возникновения аневризмы в этом случае не только в увели-

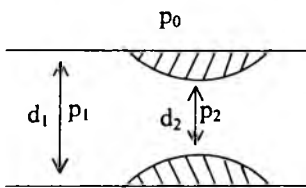


Рис.4

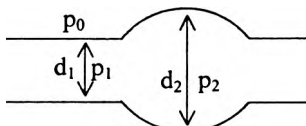


Рис.5

чении давления в области отражённой волны, но и в изменении механических свойств сосудов с возрастом.

4. Модельные представления процесса кровообращения.

Количественный расчёт гемодинамических явлений упрощается при использовании моделей и аналогий.

Рассмотрим гидродинамическую модель кровеносной системы, предложенную О. Франком. Артериальная часть системы кровообращения моделируется упругим (эластичным) резервуаром (см. рис.6). Так как кровь находится в упругом резервуаре, то её объём в любой момент времени зависит от давления p по соотношению:

$$V = V_0 + kp, \quad (1)$$

где V_0 – объём резервуара, когда $p=0$; k – коэффициент пропорциональности между давлением и объёмом.

Продифференцировав (1), получим:

$$\frac{dV}{dt} = k \frac{dp}{dt}. \quad (2)$$

Из рис.6 очевидно, что $Q = \frac{dV}{dt} + Q_0, \quad (3)$

где Q – объёмная скорость кровотока, которая поступает в УР из сердца, Q_0 – объёмная скорость крови, которая оттекает в периферическую систему.

На основании уравнения Пуазейля можно записать для периферической части системы: $Q_0 = \frac{p - p_B}{Z}$, где p – давление в УР; p_B – венозное давление, которое можно принять равным нулю. Тогда:

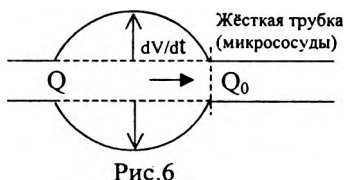
$$Q_0 = \frac{p}{Z}. \quad (4)$$

Объединив (3), (2), и (4), получим:

$$Q = k \frac{dp}{dt} + \frac{p}{Z} \quad \text{или} \quad Qdt = kdp + \frac{p}{Z} dt. \quad (5)$$

Рассмотрим это дифференциальное уравнение для времени диастолы, когда $Q=0$, получим:

$$0 = kdp + \frac{p}{Z} dt \quad \text{или} \quad \frac{dp}{p} = -\frac{dt}{kZ}. \quad (6)$$



Проинтегрировав (6), получим выражение зависимости давления в резервуаре после систолы от времени:

$$p = p_c \cdot e^{-\frac{t}{kZ}}. \quad (7)$$

На основании (4) получим: $Q = Q_c \cdot e^{-\frac{t}{kZ}}, \quad (8)$

где $Q_c = \frac{p_c}{Z}$.

Формула (8) выражает зависимость скорости оттока крови от времени, где Q_c – объёмная скорость оттока крови из УР в конце систолы (начало диастолы). Кривые зависимостей (7) и (8) представляют экспоненты. Данная модель грубо описывает реальное явление, однако она проста и верно отражает процесс к концу диастолы.

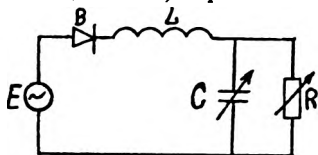


Рис.7

По аналогии с механической моделью можно построить электрическую модель (рис.7). Сосудистая система сопоставляется с аналоговой электрической цепью, в которой

E – генератор переменного напряжения, моделирующий сердце; B – выпрямитель, аналог клапанов сердца; L – катушка индуктивности, моделирующая инерционные свойства крови; C – конденсатор, моделирующий эластичность сосудов; R – резистор, моделирующий гидравлическое сопротивление. R и C изображены переменными, т.к. и гидравлическое сопротивление, и эластичность сосудов могут меняться. Сила тока в цепи будет аналогом объёмного расхода жидкости Q , а потенциал ϕ будет аналогом давления p .

5. Работа и мощность сердца.

Вызывая движение крови в сосудистой системе, сердце совершает работу, которая превращается в энергию потока крови и расходуется на преодоление вязкости в сосудистой системе.

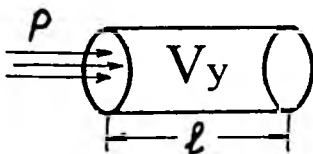


Рис.8

Рассчитаем работу, совершаемую при однократном сокращении левого желудочка. Изобразим V_y – ударный объём крови – в виде цилиндра (рис.8). Можно считать, что сердце проталкивает этот объём по аорте сечением S на расстояние l при среднем давлении p . Совершаемая при этом работа A_1 равна:

$$A_1 = F \cdot l = p \cdot S \cdot l = p \cdot V_y.$$

На сообщение кинетической энергии этому объёму крови затрачена работа A_2 : $A_2 = \frac{m\vartheta^2}{2} = \frac{\rho \cdot V_y \cdot \vartheta^2}{2}$, где ρ – плотность крови, ϑ – скорость крови в аорте.

Таким образом, работа левого желудочка A_L равна:

$$A_L = A_1 + A_2 = pV_y + \frac{\rho \cdot V_y \cdot \vartheta^2}{2}.$$

Давление в правом желудочке примерно в 5 раз меньше, чем в левом, поэтому и работа правого желудочка $A_P = \frac{1}{5} A_L = 0,2 A_L$.

Работа всего сердца тогда равна:

$$A = A_L + A_P = A_L + 0,2 A_L = 1,2 \left(pV_y + \frac{\rho \cdot V_y \cdot \vartheta^2}{2} \right).$$

Подставив в эту формулу значения $p_{\text{ср}} = 13 \cdot 10^3$ Па; $V_y = 60$ мл $= 6 \cdot 10^{-5}$ м³; $\rho = 1,05 \cdot 10^3$ кг/м³; $\vartheta = 0,5$ м/с, получим работу разового сокращения сердца в состоянии покоя ($A \approx 1$ Дж). Если учесть, что продолжительность систолы около $t \approx 0,3$ с, то средняя мощность сердца за время одного сокращения $\bar{N} = \frac{A}{t} = 3,3$ Вт. При физической нагрузке возрастает

систолический объём крови, увеличивается и скорость течения крови в аорте. Работа сердца резко увеличивается, возрастает кинетическая составляющая.

Расчёт, проведенный нами достаточно приближителен, так как мы не учитывали изменение давления крови в процессе её выброса из желудочка. Учёт всех факторов работы сердца в настоящее время ещё не представляется возможным.

6. Физические основы клинического метода измерения давления крови.

Давление крови играет большую роль в диагностике многих заболеваний. Существует прямое измерение давления крови. Оно осуществляется введением катетера непосредственно в кровеносный сосуд или полость сердца. Катетер заполняется изотоническим раствором и передаёт давление крови с вводимого конца на внешний измерительный прибор. Прямая манометрия – практически единственный метод измерения давления в полости сердца и центральных сосудов. Его недостаток очевиден, такое измерение связано с потерей крови и болевыми ощущениями.

Более совершенный бескровный способ измерения давления крови – манжетный – был предложен в 1896г. итальянским врачом Рива

Роччи и усовершенствован в 1905г. русским врачом Н.С. Коротковым. Метод основан на прослушивании шумов, создаваемых пульсовыми волнами.

При измерении давления у человека между плечом и локтем накладывают манжету и накачивают в неё воздух до тех пор, пока в плечевой артерии не прекращается ток крови и не исчезает пульс. Затем воздух из манжеты с помощью вентиля понемногу выпускают и давление на артерию ослабевает. Когда давление на артерию станет равным систолическому, кровь начинает проталкиваться через сдавленную артерию и в ней создаётся турбулентный поток, сопровождающийся шумами (тоны Короткова). Эти шумы хорошо прослушиваются через фонендоскоп, капсула которого располагается дистальнее манжеты (на большем расстоянии от сердца), и по манометру регистрируют соответствующее этому моменту систолическое давление. При дальнейшем снижении давления в манжете просвет артерии постепенно восстанавливается до нормального, течение крови становится ламинарным, и шумы прекращаются. Показания манометра в момент исчезновения шумов соответствует диастолическому давлению.

Если мускулатура руки расслаблена, то давление воздуха внутри манжеты, имеющей эластичные стенки, приблизительно равно давлению в мягких тканях, соприкасающихся с манжетой. В этом заключается основная физическая идея бескровного метода измерения давления.

Существуют приборы для измерения давления с ртутными манометрами – сфигмоманометрами и с металлическим мембранным манометром – сфигмотонометр. В некоторых приборах изменения в движении стенок артерии при систолическом и диастолическом давлении (сопровождающиеся возникновением и исчезновением тонов Короткова) определяются с помощью ультразвуковой локации и эффекта Доплера. Для этого под манжету на поверхность тела накладываются – излучатель и приёмник ультразвука. На артерию направляют ультразвуковую волну. Когда давление в манжете станет меньше систолического, артерия разжимается, её стенки начнут двигаться, и при отражении ультразвуковой волны от движущейся стенки возникает эффект Доплера, т.е. изменение частоты ультразвука, воспринимаемого прибором. Когда эффект Доплера исчезает, то давление в манжете соответствует диастолическому давлению.

ЛЕКЦИЯ №10

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ДИПОЛЬ. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОКАРДИОГРАФИИ.

1. Основные характеристики электрического поля.

Электрическое поле есть разновидность материи, посредством которой осуществляется силовое воздействие на электрические заряды, находящиеся в этом поле.

Характеристики электрического поля, которое генерируется биологическими структурами, являются источником информации о состоянии организма.

Все тела в природе способны электризоваться, т.е. приобретать электрический заряд. Всякий процесс заряджения сводится к разделению зарядов, при котором на одном теле (или части тела) появляется избыток положительных зарядов, а на другом (или другой части тела) – избыток отрицательных зарядов. Общее количество зарядов обоих знаков, содержащихся в телах, не изменяется.

Единицей заряда является кулон (Кл), $1\text{Кл}=1\text{А}\cdot\text{с}$.

Силовой характеристикой электрического поля является напряжённость E , равная отношению силы, действующей в данной точке

поля на пробный заряд, к величине этого заряда:
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \quad (1)$$

Напряжённость – вектор, направление которого совпадает с направлением силы, действующей в данной точке поля на положительный точечный заряд. Размерность её $[E]=\text{Н/Кл}$ или В/м .

Графически электростатическое поле изображают с помощью линий напряжённости (силовых линий) – это линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора \vec{E} . Напряжённость поля точечного заряда в вакууме в скалярной форме определяется по формуле:

$$E = \frac{|q|}{4\pi r^2 \epsilon_0}. \quad (2)$$

Энергетической характеристикой электрического поля служит потенциал (U). На практике чаще пользуются понятием разности потенциалов между точками 1 и 2, которую называют электрическим напряжением: $U = \varphi_1 - \varphi_2$.

Разность потенциалов двух точек поля равна отношению работы сил поля по перемещению точечного положительного заряда из одной точки поля в другую к величине этого заряда:
$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q}.$$

Потенциал в данной точке поля равен работе, которую совершает сила поля при перемещении единичного положительного заряда из данной точки в бесконечность (или в точку, где потенциал поля принимается равным нулю).

Потенциал любой точки поля в вакууме для точечного заряда определяется по формуле:

$$\varphi = \pm \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (3)$$

где знак (+) относится к случаю положительного заряда, а знак (-) – к случаю отрицательного заряда.

Единицу потенциала называют вольт (В), $1В = \frac{1Дж}{1Кл}$.

Поверхность, во всех точках которой потенциал одинаков, называется эквипотенциальной. Силовые линии и эквипотенциальные поверхности взаимно перпендикулярны. Между потенциалом и напряжённостью в данной точке поля существует зависимость:

$$E = - \frac{d\varphi}{dl}, \quad (4)$$

где $d\varphi$ – изменение потенциала: $d\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, dl – малый отрезок пути из данной точки, вдоль линии напряжённости. Знак минус обусловлен тем, что напряжённость поля направлена в сторону убывания потенциала.

2. Электрический диполь. Диполь в электрическом поле.

Электрическим диполем называют систему, состоящую из двух равных, но противоположных по знаку точечных зарядов (рис.1), центры которых находятся на некотором расстоянии l . Главной характеристикой диполя является дипольный момент P , равный произведению любого из зарядов на расстояние l (плечо). Единицей момента диполя является величина (Кулон · метр): $P = q \cdot l$. Дипольный момент – это вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному.

Диполями могут быть полярные молекулы белков, если центры положительного и отрицательного зарядов находятся на некотором расстоянии l (рис.2). Диполями бывают молекулы аминокислот, а также воды (рис.3) и других веществ, входящих в состав тканей организма человека.

В сложных белковых молекулах каждая связь может иметь свой дипольный момент. Поэтому дипольный момент P_M сложной молекулы будет равен сумме дипольных моментов отдельных связей:

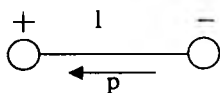


Рис.1

$$P_M = \sum_{i=1}^n P_i.$$

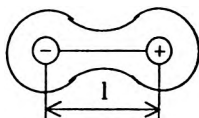


Рис.2

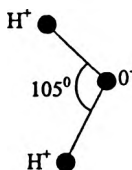


Рис.3

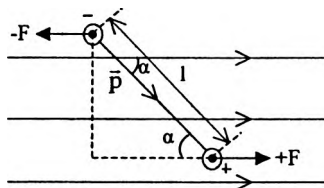


Рис.4

При помещении диполя в постоянное электрическое поле напряжённостью E (рис.4), на диполь будет действовать пара сил: $+F=q \cdot E$ и $-F=-q \cdot E$, стремящихся установить диполь по полю. Явление ориентации диполей по полю получило название поляризации. Момент пары сил будет равен (как видно из рис.4): $M = q \cdot E \cdot l \cdot \sin \alpha$, в векторной форме: $\vec{M} = \vec{P} \times \vec{E}$.

Если диполи поместить в переменное электрическое поле, то они будут поворачиваться около положения равновесия в такт изменению поля. На такие повороты диполей будет затрачиваться некоторая энергия или мощность переменного электрического поля, которая будет выделяться в виде тепла внутри среды, состоящей из диполей.

Дипольные молекулы тканей организма человека также совершают повороты в переменном электрическом поле. Поэтому в тканях будет выделяться некоторое количество теплоты. Это явление нашло применение при физиотерапии полем УВЧ.

3. Электрическое поле диполя.

Диполь представляет собой систему двух разноимённых зарядов и создаёт электрическое поле в окружающем его пространстве. Найдём выражение для напряжённости и потенциала этого поля вначале на оси диполя, а затем в любой точке пространства вокруг диполя:

а) пусть нам необходимо найти величину напряжённости поля в точке A на оси диполя (рис.5). Поскольку l мало, то $r_+ \gg l$, $r_- \gg l$ а, следовательно, $r_+ \approx r_- = r$. Поле в точке A будет создано зарядами q_+ и q_- . Поэтому

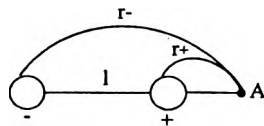


Рис.5

$$E_A = E_+ + E_- = \frac{q_+}{r_+^2} - \frac{q_-}{r_-^2} = \frac{q(r_-^2 - r_+^2)}{r_+^2 \cdot r_-^2} = \frac{q(r_- + r_+)(r_- - r_+)}{r^4} = \frac{2ql}{r^4} = \frac{2P}{r^3}. \quad (5)$$

Или $E_A = \frac{2P}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3}$ в системе СИ.

Для величины потенциала поля получим выражение:

$$U_A = E_A \cdot r = \frac{2P}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}, \quad (6)$$

где величина $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ ф/м – электрическая постоянная.

б) в большинстве случаев приходится находить потенциал не на оси, а в любой точке пространства. Пусть нам необходимо найти потенциал в точке А, удалённой от зарядов соответственно на расстояние r_+ и r_- (рис.6). В этом случае, как и напряженность, потенциал создаётся обоими зарядами и его можно найти по формуле:

$$U_A = q \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right) = \frac{q(r_- - r_+)}{r_+ \cdot r_-} = \frac{q \cdot l \cdot \cos \alpha}{r^2} = \frac{P \cdot \cos \alpha}{r^2}$$

($r_+ \gg l$; $r_- \gg l$; $r_- - r_+ \approx l \cdot \cos \alpha$).

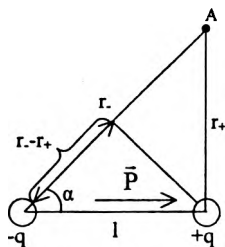


Рис.6

Или в СИ:
$$U_A = \frac{P \cdot \cos \alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}. \quad (7)$$

Используя формулу (7) можно найти разность потенциалов двух равноотстоящих точек А и В:

$$U_A - U_B = \frac{P}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} (\cos \alpha_A - \cos \alpha_B). \quad (8)$$

Итак, по формуле (7) мы можем найти потенциал в любой точке пространства, окружающего диполь, а по формуле (8) найдём разность потенциалов в двух точках. Следует отметить, что сердце человека также представляет диполь, создающий в окружающем его пространстве электрическое поле и, соответственно, некоторую разность потенциалов.

4. Понятие о дипольном электрическом генераторе (токовом диполе).

При изучении механизма возникновения электрической активности органов и тканей их представляют в виде эквивалентного электрического генератора, являющегося источником электрического поля. Эквивалентный электрический генератор – это модельная физическая система. Почти во всех существующих физических моделях электрическую активность органов и тканей сводят к определённой совокупности токовых электрических генераторов, находящихся в объёмной

токопроводящей среде. Эквивалентная схема токового генератора в проводящей среде представлена на рис.7. В этой схеме E – ЭДС источника; резистор R является эквивалентным сопротивлением проводящей среды. Сопротивление r – это внутреннее сопротивление токового генератора. Сопротивление r во много раз превышает сопротивление R проводящей среды ($r \gg R$). По закону Ома $I = I_0 = \frac{E}{(R + r)}$, где I и I_0 сила тока

в генераторе и суммарного тока в среде. Но так как $r \gg R$, то $I = I_0 = \frac{E}{r}$. Из последней

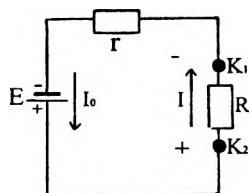


Рис.7

формулы можно сделать вывод, что сила тока во внешней среде будет оставаться постоянной, т.к. ток не зависит от R – сопротивления внешней среды.

В схеме, приведённой на рис.7 клеммы K_1 и K_2 источника напряжения можно представить как диполь, т.е. эквивалентный электрический генератор – это токовый электрический диполь или система, состоящая из положительного полюса (источка электрического тока) и отрицательного полюса (стока), расположенных на небольшом расстоянии друг от друга. Пространственная структура электрического поля, создаваемая таким генератором (токовым диполем) во внешней среде, определяется положением его полюсов.

Важнейшим параметром токового электрического диполя является токовый дипольный момент $\vec{D} = \vec{I} \cdot l$, который является векторной величиной. В приведённой формуле I – ток в диполе (равный суммарному току во внешней среде), l – расстояние между полюсами. Направление вектора дипольного момента принимается от отрицательного полюса к положительному (совпадает с направлением тока внутри диполя).

Сердце человека можно уподобить токовому диполю (рис.8). Ток I_0 внутри диполя-сердца течёт от минуса к плюсу, а во внешней среде от плюса к минусу. Ток I_0 равен суммарному току, протекающему через среду, окружающую диполь. В сердце-диполе отрицательным полюсом будет область мышц, где возникает возбуждение. Эта область синусового узла. Токовый диполь подобно зарядовому диполю создаёт в проводящей среде электрическое поле. Линии напряжённости электрического поля зарядового диполя одинаковы с линиями напряжённости электрического поля токового диполя (они же совпадают с линиями тока).

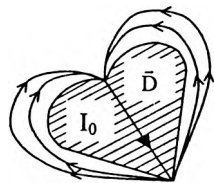


Рис.8

Диполи в зависимости от их размера разделяются на два типа: точечные и конечные. Точечным называют диполь, который занимает бесконечно малый объем пространства с $l \rightarrow 0$. Теоретически рассматривают также электрическое поле отдельных полюсов диполя, которые в этом случае называют униполями.

Потенциал поля токового конечного диполя в точке А можно выразить формулой аналогичной формуле (7), если в последней q ($p=q \cdot l$)

заменить на I , а $\epsilon \epsilon_0$ на $\frac{1}{\rho}$:

$$U_A = \frac{D \cdot \rho}{4\pi r^2} \cdot \cos \alpha_A, \quad (9)$$

где α – это угол между направлением регистрации потенциала и направлением вектора дипольного момента (\vec{D}). Разность потенциалов между двумя точками А и В:

$$\Delta U = U_A - U_B = \frac{D \cdot \rho}{4\pi r^2} \cdot (\cos \alpha_A - \cos \alpha_B). \quad (10)$$

Из формул (9) и (10) следует, что, как и для зарядового диполя, разность потенциалов в токовом диполе пропорциональна дипольному моменту и обратнопропорциональна квадрату расстояния r от отрицательного полюса диполя. Такие разности потенциалов, создаваемые сердцем-диполем, проецируются на поверхность кожи человека, снимаются с помощью электродов и регистрируются электрокардиографом.

5. Физические основы электрокардиографии.

Живые клетки ткани человека и растений являются источником электрических потенциалов, которые получили название биопотенциалов или биопотенциалов. Регистрация биопотенциалов тканей и органов с диагностической (исследовательской) целью получила название электрографии. Такой общий термин употребляется сравнительно редко, более распространены конкретные названия соответствующих диагностических методов. Электрокардиография (ЭКГ) – регистрация биопотенциалов, возникающих в сердечной мышце при её возбуждении; электромиография (ЭМГ) – метод регистрации биопотенциалов активности мышц; электроэнцефалография (ЭЭГ) – регистрация биопотенциалов активности мозга; электроретинография (ЭРГ) – регистрация биопотенциалов сетчатки глаза. В большинстве случаев биопотенциалы снимаются электродами не непосредственно с органа (сердца, головного мозга), а с других “соседних” тканей, в которых электрические поля создаются этими органами.

Остановимся более подробно на физических основах электрокардиографии. Физический подход к ЭКГ заключается в создании (выбо-

ре) модели электрического генератора, который соответствует картине снимаемых потенциалов. Экспериментально установлено, что каждая клетка, которую можно уподобить токовому диполю, при возбуждении генерирует потенциал действия. В возбуждённом миокарде всегда имеются много диполей (назовём их элементарными). Отметим, что дипольный потенциал любого i -го элементарного диполя пропорционален $D_i \cos \alpha_i$ (D_i – модуль вектора \vec{D}_i), т.е. проекция вектора дипольного момента на прямую, соединяющую начало диполя и точку измерения потенциала:

$$U_i = \frac{\rho \cdot D_i \cdot \cos \alpha_i}{4\pi r^2}, \quad (11)$$

Потенциал U электрического поля сердца складывается из дипольных потенциалов элементарных диполей. Поскольку в каждый момент кардиоцикла возбуждается сравнительно небольшой участок миокарда, расстояние от всех диполей до точки измерения потенциала примерно равны друг другу и U может описываться выражением:

$$U = \frac{\rho}{4\pi r^2} \sum_{i=1}^n D_i \cos \alpha_i, \quad (12)$$

где r – одинаковое для всех диполей расстояние до точки измерения потенциалов; n – количество диполей. Исходя из указанных представлений, сердце человека можно рассматривать как мультипольный генератор (диполь), дающий суммарный потенциал действия (ПД).

В формуле (12) сумму проекций можно рассматривать как проекцию вектора дипольного момента \vec{D}_0 одного токового диполя, у которого $\vec{D}_0 = \sum_{i=1}^n \vec{D}_i$. Этот диполь называют эквивалентным диполем сердца. Таким образом, потенциал внешнего электрического поля сердца можно представить в виде дипольного потенциала одного эквивалентного диполя:

$$U = \frac{\rho D_0 \cos \alpha}{4\pi r^2}, \quad (13)$$

где α – угол между \vec{D}_0 и направлением регистрации потенциала; D_0 – модуль вектора \vec{D}_0 . Модель, в которой электрическую активность миокарда замещают действия одного точечного эквивалентного токового диполя, и потенциалы внешнего поля описываются выражениями (12) и (13), называют дипольным эквивалентным электрическим генератором сердца.

Рассчитать теоретически абсолютное значение U не представляется возможным, поскольку в данной модели конкретная природа диполя, а, следовательно, и величина дипольного момента D_0 , неизвестны. Справедливость уравнения (13) подтверждается тем, что измеряе-

мые на поверхности тела потенциалы в фиксированный момент кардицикла оказываются приближённо прямо пропорциональными $\cos \alpha$ и обратно пропорциональными r^2 , т.е. физический подход к электрокардиографии заключается в выборе (создании) модели электрического генератора, который соответствует картине снимаемых с поверхности тела потенциалов. Подобного рода моделирование осложняется тем, что сердце функционирует в токопроводящей среде, ограниченной поверхностью организма и учесть влияние этой границы ввиду её геометрической сложности весьма трудно.

6. Теория отведений Эйнтховена. Вектроэлектрокардиография.

Экспериментально установлено, что сердце-диполь в процессе возбуждения генерирует потенциалы действия, которые на поверхности кожи человека дают линии равных потенциалов (эквивалентные линии). На рис.9 показано положение дипольного момента токового диполя сердца и эквипотенциальных линий.

Если через сердце-диполь провести прямую "ab," а через центр плеча диполя перпендикуляр "00'", то со стороны положительного полюса диполя сердца располагаются положительные, а со стороны отрицательного — отрицательные линии одинакового потенциала. Линия "00'" имеет нулевой потенциал. Из чертежа видно, что если приложить электроды к различным точкам поверхности тела человека, то можно определить разность потенциалов ΔU этих точек.

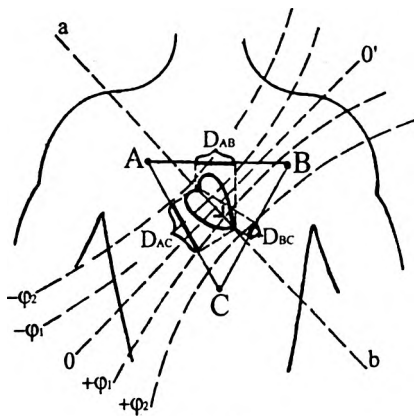


Рис.9

Впервые теоретически обоснованные точки на поверхности тела человека, с которых можно снимать потенциалы сердца человека, были предложены Эйнтхоеном. Дипольное представление о сердце лежит в основе теории отведений Эйнтховена. На поверхности грудной клетки он определил три точки А, В, С (рис.9), соединив которые можно получить равносторонний треугольник (треугольник Эйнтховена), в центре которого находится диполь-сердце, генерирующий потенциалы действия.

Разность потенциалов между любыми вершинами треугольника будет пропорциональна проекции момента токового диполя на любую из сторон треугольника: $\Delta U_I \sim D_{AB}$, $\Delta U_{II} \sim D_{AC}$, $\Delta U_{III} \sim D_{BC}$. При снятии ЭКГ электроды располагаются в точках, которые можно считать электрически эквивалентными точками А, В, С треугольника Эйнтховена. Эйнтховен предложил размещать электроды не в вершинах А, В, С, а на правой руке (ПР), левой руке (ЛР), левой ноге (ЛН). По терминологии физиологов, разность биопотенциалов, регистрируемая между двумя точками тела, называется отведениями.

Различают первое отведение – (ПР-ЛР); II-e – (ПР-ЛН) и III-e – (ЛР-ЛН), соответствующие разности потенциалов ΔU_I ; ΔU_{II} ; ΔU_{III} . Так как электрический момент токового диполя-сердца изменяется со временем, то в отведениях будут получены временные зависимости напряжения (разности потенциалов), которые и называют электрокардиограммой. Максимальным значением потенциалов в различные временные интервалы сокращения сердца или зубцам были даны названия Р, Q, R, S, Т. На рис.10 показана электрокардиограмма человека. При патологии форма зубцов, их величина изменяется, что позволит использовать ЭКГ для целей диагностики.

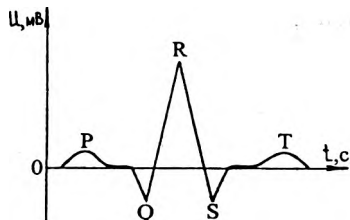


Рис.10

Электрокардиограмма не даёт представления о пространственном расположении вектора \vec{D}_0 . Однако, для диагностических целей такая информация важна. В связи с этим применяется метод пространственного исследования электрического поля сердца, называемый вектор-электрокардиографией.

Вектор-электрокардиограмма (плоская) – это геометрическое место точек, соответствующих концу вектора \vec{D}_0 (положение которого изменяется за время сердечного цикла). В проекции на какую-либо плоскость изменение положения \vec{D}_0 можно записать с помощью электронного луча. На экране электроннолучевой трубки векторкардиоскопа наблюдаются отдельные петли: Р, комплекс QRS и

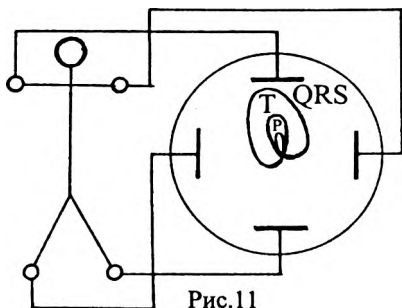


Рис.11

Т, которые дают врачу значительно больше информации по установлению диагноза при заболевании сердца, чем зубцы на ЭКГ. Проекция векторкардиограммы на плоскость может быть получена сложением напряжений двух взаимноперпендикулярных отведений (рис.11). При многих болезнях сердца форма плоских ВЭКГ резко трансформируется, и это используется в диагностических целях. Так, например, в петле QRS ВЭКГ в проекции на горизонтальную плоскость отсутствует нижняя часть при инфаркте некоторых участков сердца (переднего участка межжелудочковой перегородки и смежной передней стенки левого желудочка). Различают ещё пространственную ВЭКГ – это траектория конца вектора \vec{D}_0 в 3-х мерном пространстве.

ЛЕКЦИЯ №11

ПОСТОЯННЫЙ ТОК. ДЕЙСТВИЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА НА ОРГАНИЗМ.

1. Электропроводимость биологических тканей и жидкостей для постоянного тока. Явление поляризации.

Биологическим объектам присущи пассивные электрические свойства: сопротивление (R), электропроводность $\left(K = \frac{1}{R}\right)$, удельное сопротивление (ρ), удельная электропроводность $\left(\gamma = \frac{1}{\rho}\right)$, емкость (C), диэлектрическая проницаемость (ϵ). Изучение их пассивных электрических свойств имеет большое значение для понимания структуры и физико-химического состояния биологического вещества.

Биологические объекты обладают свойствами как проводников, так и диэлектриков. Наличие свободных ионов в клетках и тканях обуславливает проводимость этих объектов. Диэлектрические свойства биологических объектов и величина диэлектрической проницаемости определяется их структурными элементами и явлениями поляризации.

Все биологические объекты являются весьма разнообразными образованиями с различными электрическими сопротивлениями, которые могут изменяться при действии электрического тока, что обуславливает трудности измерения этих сопротивлений.

Любой орган или среда живого организма имеют свою характерную для него электропроводность, которая определяется наличием в них свободных носителей зарядов, т.е. определенным количеством

положительных и отрицательных ионов. Электропроводность отдельных участков организма, на которых наложены электроды существенно зависит от сопротивления кожи и подкожных слоев. Сопротивление кожи, в свою очередь, определяется: ее состоянием, толщиной, возрастом, влажностью, загрязненностью и т.д. Внутри организма ток распространяется в основном по кровеносным сосудам, мышцам, оболочкам нервных стволов, межклеточной жидкости. Экспериментально установлено, что электропроводность тканей и органов зависит от их функционального состояния и, следовательно, может быть использована как диагностический показатель. Так, при воспалительных процессах, когда клетки набухают, уменьшаются межклеточные промежутки и увеличивается электрическое сопротивление, т.е. уменьшается электропроводность. Физиологические явления, связанные с выделением пота, сопровождаются возрастанием электропроводности.

Электропроводность для постоянного тока чаще всего определяют мостовым методом, а также методом амперметра и вольтметра. Рассмотрим этот метод. Пусть имеется некоторый проводник, представляющий живую ткань сечением S и длиной l . Тогда его сопротивление будет равно:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (1)$$

где ρ – удельное сопротивление проводника (вещества), выраженное в Ом·м. Решим это выражение относительно

$$\rho = \frac{RS}{l}. \quad (2)$$

Величина, обратная удельному сопротивлению, получила название удельной электропроводности $\gamma = \frac{1}{\rho}$. Она измеряется в

Ом⁻¹·м⁻¹. Из формулы (2) видно, что если знаем площадь электродов и расстояние, то, измерив величину R , мы найдем γ .

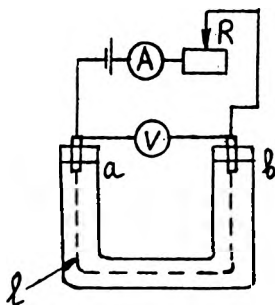


Рис.1

Величину R находят методом вольтметра и амперметра на постоянном токе. Для этого в U-образную трубку (рис.1) заливают кровь или другую биологическую жидкость и помещают в нее платиновые электроды a, b , которые не взаимодействуют с раствором. Удельную электропроводность γ определяют по формуле:

$$\gamma = \frac{1}{S} \cdot \frac{l}{U}. \quad (3)$$

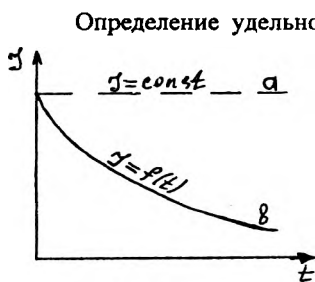


Рис.2

Определение удельной электропроводности связано с определенными сложностями. При пропускании постоянного тока через живые ткани наблюдаются некоторые особенности, заключающиеся в том, что сила тока не остается постоянной во времени, хотя прикладываемое напряжение не изменяется. Сила тока после включения источника начинает непрерывно уменьшаться и через некоторое время устанавливается на постоянном уровне.

При этом она уменьшается во много раз по сравнению с исходными значениями (рис.2в). Получается как бы отклонение от закона Ома, согласно которому при постоянной разности потенциалов ток в проводнике тоже должен быть постоянным (рис.2а). Уменьшение тока во времени обусловлено явлением поляризации в тканях. При прохождении постоянного тока через биологическую систему в ней возникает нарастающая до некоторого предела ЭДС (E_n) противоположно направленная приложенному напряжению, что приводит к уменьшению тока. ЭДС поляризации является функцией времени $E_n(t)$. Тогда закон Ома для биологического объекта следует записать так:

$$I = \frac{U - E_n(t)}{R}.$$

Возникновение ЭДС поляризации связано со способностью живых клеток накапливать заряды при прохождении через них тока, т.е. явлением поляризации.

Процесс перемещения зарядов под действием электрического поля и образования вследствие этого электродвижущей силы, направленной против внешнего поля, называется поляризацией.

Если на постоянном токе поляризационные эффекты у электродов значительны, то измерения проводят на переменном токе, при котором поляризационные эффекты на частотах больше 500 кГц малы.

Приведем значения удельных электропроводностей некоторых биологических тканей и жидкостей. Спинномозговая жидкость — $1,81 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$; мышцы — $0,5 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$; костная ткань — $10^{-7} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$.

В настоящее время метод измерения электропроводности довольно широко применяется в биологических и медицинских исследованиях. Удобство в применении данного метода заключается в том, что используется напряжение (менее 50 мВ), не вносящее существенных изменений в физико-химические процессы, происходящие в биологическом объекте, и тем более повреждающее его. Метод нашел применение при изучении процессов, происходящих в клетках и тка-

нях при изменении физиологического состояния, при патологических состояниях, при действии повреждающих факторов: температуры, радиоактивного излучения, ультразвука и т.д.

2. Механизмы действия постоянного тока на организм.

Действие постоянного тока на организм зависит от силы тока, поэтому весьма существенным фактором является электрическое сопротивление тканей. Как уже было сказано, электрические свойства различных тканей неодинаковы. Хорошей электропроводностью по отношению к постоянному току обладают жидкие среды организма – спинномозговая жидкость, кровь, плазма крови, межклеточная жидкость и др. Большим сопротивлением обладают кость, кожа. Удельное сопротивление сухой кожи примерно равно 10^7 Ом·м. Влажная кожа имеет меньшее удельное сопротивление, примерно 2000 Ом·м, что даже при небольших напряжениях может вызвать значительный ток через тело человека. Встреча большое сопротивление кожи, энергия постоянного тока частично превращается в тепло и это вызывает активизацию кровообращения и усиление биохимических процессов. Но тепловой эффект является не единственным.

Основным компонентом действия постоянного тока является его влияние на соотношение в тканях различных ионов. Человеческий организм в значительной степени состоит из биологических жидкостей, содержащих большое количество ионов, которые участвуют в различных обменных процессах. Под влиянием приложенной разности потенциалов в электролите происходит встречное перемещение разноименно заряженных ионов.

Двигаясь с разной скоростью, ионы скапливаются у клеточных мембран, у соединительных тканевых оболочек по обе их стороны, на



Рис.3

границе «мягкие ткани – кожа». Это явление получило название внутритканевой поляризации (рис.3). На рисунке показана внутритканевая поляризация: а,б – на границе «мягкие ткани- кожа»; в,г – у клеточных и других оболочек.

Образуется встречное электрическое поле, называемое поляризационным, и возникает внутритканевый поляризационный ток обратного направления. С одной стороны, это создает дополнительное сопротивление действующему току, с другой стороны такие участки внутри тканей являются местами наиболее активного действия тока.

Таким образом, первичное действие постоянного тока связано с движением ионов, изменением обычной концентрации в различных элементах тканей, что может вызвать возбуждение или торможение деятельности клеток, изменение кислотно-щелочного равновесия, водосодержания и других свойств тканей. Это вызывает изменение функционального состояния клетки и реакцию всего организма на постоянный ток.

3. Гальванизация. Аппарат гальванизации.

Применение электричества с лечебной целью началось в глубокой древности, когда еще люди не задумывались о сущности происходящих при этом явлений.

Научное изучение действия на организм электрического тока началось в конце XVIII столетия, после открытий, сделанных итальянским ученым Л. Гальвани и А.Вольта, на основании которых были получены новые источники тока.

Однако, лишь в XX столетии развитие физики, электроники, физиологии способствовало научно обоснованному совершенствованию существовавших и разработке новых эффективных методов электротерапии. Многие из них были созданы в Советском Союзе. Одним из методов электротерапии является гальванизация.

Гальванизацией называется лечебный метод, при котором используется действие на ткани человека постоянного тока до 50 μA , плотность до 0,1 mA/cm^2 , напряжение 60 – 80 В.

Ток от источника подводится к телу человека с помощью проводов и металлических электродов. Электроды изготавливают обычно из листового свинца или станиоля толщиной 0,3 – 0,5 мм в зависимости от размеров электродов. Проводят гальванизацию и с помощью жидкостных электродов, в виде ванночек, наполненных водой. В них помещают соответствующую кисть или стопу пациента. Поскольку в тканях организма содержатся электролиты, а, следовательно, и разноименно заряженные ионы, например: $\text{NaCl} \leftrightarrow \text{Na}^+ + \text{Cl}^-$, то в месте соприкосновения электрода с телом происходит электролиз: выделяются нейтральные атомы, например, натрия и хлора. У анода, соединяясь с водой, хлор образует кислоту, а у катода натрий, соединяясь с водой, образует щелочь, которая вызывает ожоги или раздражение. Поэтому наложение, металлических электродов непосредственно на кожу не допустимо.

Для предотвращения этого, между кожей и электродами помещают смоченную в физиологическом растворе или в воде и хорошо отжатую прокладку из гидрофильного материала. Этим отделяется процесс электролиза от поверхности тела. Прокладку с электродом

укрепляют при помощи эластичных бинтов. После процедуры прокладку отмывают, стерилизуют и могут применять повторно.

Постоянный ток для гальванизации получают путем преобразования переменного тока городской сети. Для этого используют ламповый или полупроводниковый выпрямитель с электрическим фильтром. Аппарат для гальванизации – это двухпериодный выпрямитель.

Принципиальная схема аппарата для гальванизации представлена на рис. 4.

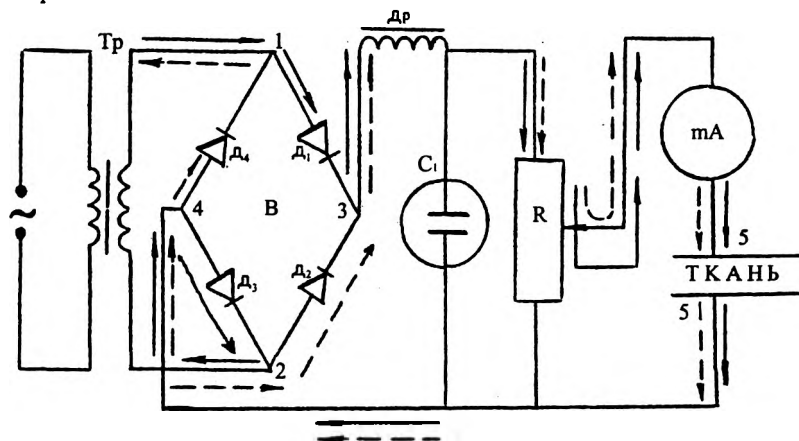
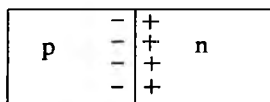


Рис.4

Аппарат содержит трансформатор Тр. Он предназначен для понижения напряжения и обеспечения безопасности больного.

Выпрямитель В состоит из 4-х полупроводниковых диодов, соединенных по мостовой схеме. Одна диагональ моста в точках 1 и 2 присоединена к выводам вторичной обмотки трансформатора, вторая диагональ в точках 3 и 4 соединена с резистором R.

Работа выпрямителя основана на свойстве электронно-дырочного



р-п переход

Рис.5

перехода полупроводникового диода. При контакте двух полупроводников с электронной (n) и дырочной (р) проводимостью возникает потенциальный барьер (р-п переход), который препятствует переходу между полупроводниками основных носителей заряда (рис.5).

Для образования тока в цепи с р-п переходом необходимо приложить внешнее напряжение так, чтобы со стороны р-полупроводника был (+), а со стороны n-полупроводника (-). При изменении полярности- тока не будет. Если к р-п переходу

приложить переменное напряжение, то ток в цепи будет проходить только в одном направлении от «р» к «п» - полупроводнику в течение одного полупериода, следующий полупериод тока не будет. Это свойство р-п - перехода (односторонняя проводимость) используется для выпрямления переменного тока. При включении первичной обмотки трансформатора в сеть, во вторичной возникает переменное напряже-

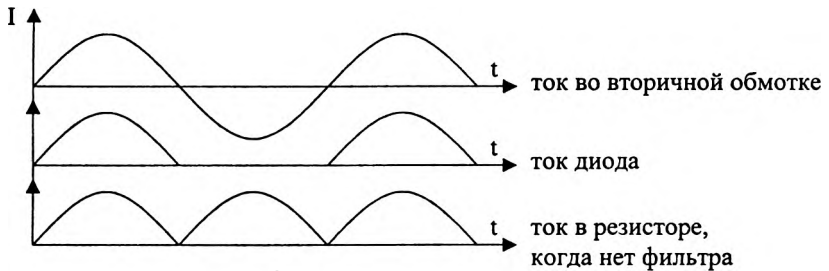


Рис.6

ние и точки 1 и 2 попеременно становятся то положительными, то отрицательными. Когда точка 1 положительна и в цепи нет фильтра, ток проходит через диод D_1 , резистор R , диод D_3 к точке 2 (сплошные линии). Когда точка 2 положительна, ток идет через диод D_2 , резистор R , диод D_4 к точке 1 (штриховая линия). Эти процессы будут повторяться в такт изменения напряжения, но всегда через резистор R ток будет протекать в одном направлении. Все процессы можно представить графиками тока или напряжения (рис. 6).

Если бы не было фильтра, через резистор протекал бы пульсирующий ток (постоянный по направлению, но переменный по величине), такой ток не применяется для гальванизации, т.к. производит сильное раздражающее действие. Для сглаживания пульсации применяется фильтр, состоящий из дросселя $Dp.$, соединенного последовательно с резистором и одного или двух электролитических конденсаторов C , соединенных параллельно с резистором. Дроссель представляет собой катушку индуктивности с железным сердечником. В нем при пульсации тока возникает ЭДС самоиндукции, препятствующая изменениям тока. В момент нарастания тока ЭДС самоиндукции противоположна направлению тока и ограничивает его нарастание. В момент уменьшения пульсирующего тока ЭДС самоиндукции совпадает с направлением тока и, следовательно, поддерживает его. В результате работы дросселя пульсации тока будут немного сглажены.

Конденсаторы, постепенно заряжаясь во время нарастания импульса и постепенно разряжаясь при его уменьшении, также способствуют сглаживанию пульсаций тока. В результате совместного действия дросселя и конденсатора фильтра через резистор R будет протекать

ток почти не меняющийся по величине, т.е. постоянный. В соответствии с законом Ома этот ток создает на резисторе постоянное напряжение, которое использует потребитель, подключенный к клеммам 5.

4. Лекарственный электрофорез.

Постоянный ток используют в лечебной практике так же и для введения лекарственных веществ, образующих в растворе ионы, через кожу или слизистые оболочки. Этот метод получил название *электрофореза лекарственных веществ*, т.е. гальванизация совмещена с введением в ткани лекарственных веществ.

Кожа человека в обычных условиях обладает очень малой проницаемостью для ионов. Это обусловлено тем, что поры кожи заполнены воздухом. Крупные органические ионы вообще не могут проникать через кожу. Так как стенки кожных пор обладают электрическим зарядом, то при наложении внешнего электрического поля возникает электроосмотическое движение жидкости изнутри тканей или снаружи, воздух при этом вытесняется из пор, он заменяется жидкостью, проницаемость кожи значительно увеличивается. Количество введенного при электрофорезе лекарственного вещества будет зависеть от количества электричества, прошедшего через электроды и от концентрации вводимого вещества.

Постоянный ток для электрофореза получают от аппарата гальванизации. Для проведения электрофореза прокладки, помещаемые под электроды, смачивают раствором лекарственного вещества. Из прокладки под положительным электродом вводят в ткани организма положительные ионы металлов (из растворов их солей), алкалоиды и другие соединения (хинин, новокаин); под отрицательным электродом – кислотные радикалы, отрицательные ионы, ионы некоторых органических соединений, например, сульфидина, пенициллина, кокаина, брома, йода и др.

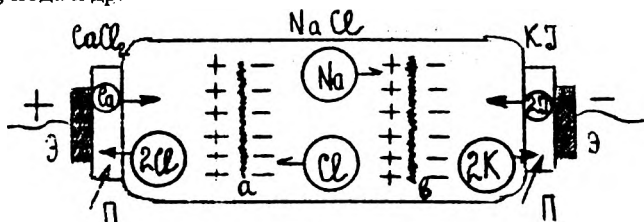


Рис.7

На рис.7 показан некоторый объект, включающий в себя электропроводные ткани организма, содержащие раствор NaCl, прокладки, смоченные раствором CaCl_2 и KJ, и электроды (Э). Показано движение

ние ионов (стрелками) и накопление ионов на тканевых перегородках (а,в) – поляризационные явления.

У отрицательного электрода будет происходить нейтрализация ионов калия, затем реакция с водой и образование H_2 и KOH , а также переход йода из прокладки в ткань и движение к положительному электроду. У положительного электрода образуется Cl_2 , HCl , а ионы кальция (Ca) будут уходить в ткань.

Время проведения процедуры зависит от скорости ионов. Скорость ионов устанавливается под действием напряженности электрического поля E и силы сопротивления среды, которая будет расти с ростом скорости. Когда сила, действующая со стороны электрического поля, будет равна силе сопротивления, ион будет двигаться с постоянной скоростью g . Эта зависимость выражается формулой $g=ue$, где коэффициент пропорциональности u – называется подвижностью ионов. Она имеет размерность $[\frac{M^2}{B \cdot c}]$. Подвижность иона зависит от

сопротивления, которое оказывает среда движению в ней иона (от вязкости, от температуры среды и др.) и от иона (от формы иона, его заряда). Из этого следует, что лечебный электрофорез протекает различно у разных пациентов, а также при использовании различных лекарственных растворов.

Лекарственный электрофорез есть совместное действие постоянного электрического тока и лекарственного вещества. Электрический ток, приводя ткани, в том числе и рецепторы, в состояние повышенной активности, возбуждая их, делает более чувствительными к действию лекарств.

При лекарственном электрофорезе образуется сложная цепь, состоящая из ионов лекарственных веществ, которыми смочены электродные прокладки и растворов электролитов, входящих в состав тканей организма. Вследствие различной подвижности, а также наличия на пути полупроницаемых мембран и оболочек происходит разделение ионов и соответственно изменение концентрации в различных элементах тканевых структур. Изменение концентрации ионов лежит в основе раздражающего действия тока на ткани организма.

ЛЕКЦИЯ №12

ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК. ПРИРОДА ЕМКОСТНЫХ СВОЙСТВ ТКАНЕЙ ОРГАНИЗМА.

1. Получение переменного тока. Основные его характеристики.

Переменным током называют ток, периодически изменяющийся по величине и направлению. Наиболее распространённым является синусоидальный переменный ток, мгновенное значение которого меняется со временем по закону синуса (или косинуса). Для получения переменного тока в технике используется возбуждение электродвижущей силы индукции в контуре, вращающемся в магнитном поле.

Рассмотрим физические основы получения переменного тока и

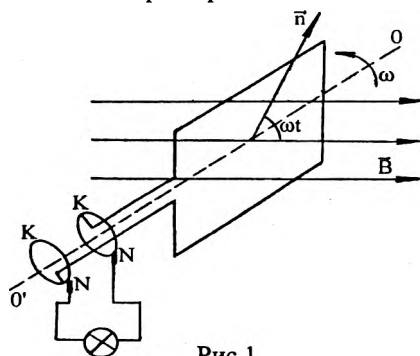


Рис.1

принцип устройства генератора. Пусть в поле постоянного магнита ($B = \text{const}$) вращается проводящая рамка с постоянной угловой скоростью ω (рис.1). Тогда мгновенное значение потока, связанного с контуром, будет равно:

$$\Phi = BS \cos \varphi = BS \cos \omega t,$$

где S – площадь, ограниченная контуром; B – индукция магнитного поля; $\varphi = \omega t$ – угол поворота контура, от-

считанный от начального его положения, когда $S \perp B$. В соответствии с законом Фарадея в рамке возникает ЭДС индукции:

$$E = - \frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t,$$

где $BS\omega = E_m$ – максимальное (амплитудное) значение ЭДС индукции, т.е. $E = E_m \sin \omega t$. Следовательно, если в однородном магнитном поле равномерно вращается проводящий контур, то в нём возникает переменная электродвижущая сила, изменяющаяся по закону синуса. Эта ЭДС создаёт в контуре синусоидальный переменный ток:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{E_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t,$$

где R – сопротивление контура и электрической цепи, в которую отводится электрический ток (посредством щёток N , скользящим по кольцам K); I_m – амплитудное значение переменного тока; ω – круговая частота; $\varphi = \omega t$ – фаза тока.

Переменный ток также характеризуется периодом T и частотой ν , причём: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$. Графически значение ЭДС и переменного тока будет представляться двумя синусоидами (величины изменяются в одинаковых фазах). Рассмотренный способ получения переменного тока лежит в основе устройства промышленного генератора переменного тока. В промышленных генераторах магнитное поле создаётся мощным электромагнитом. Вращающийся контур состоит из n витков (соединённых последовательно) проволоки, намотанной на ферромагнитный сердечник (ротор генератора). Поэтому ЭДС, возбуждённая в таком генераторе будет равна: $E = BSn\omega \sin \omega t$.

Для характеристики переменного тока вводится понятие действующего (эффективного) или среднеквадратичного значения тока. Эффективным или действующим значением силы переменного тока называется сила такого постоянного тока, который выделяет в данном проводнике столько же тепла за время одного периода, сколько выделяет тепла и данный переменный ток.

$$I_{\text{ЭФ}} = I_{\text{Д}} = \frac{I_{\text{м}}}{\sqrt{2}}, \quad U_{\text{ЭФ}} = U_{\text{Д}} = \frac{U_{\text{м}}}{\sqrt{2}}.$$

Приборы, включенные в цепь переменного тока (амперметр, вольтметр) показывают эффективные значения тока и напряжения.

2. Различные виды электрических сопротивлений в цепи переменного тока.

а) Активное сопротивление в цепи переменного тока.

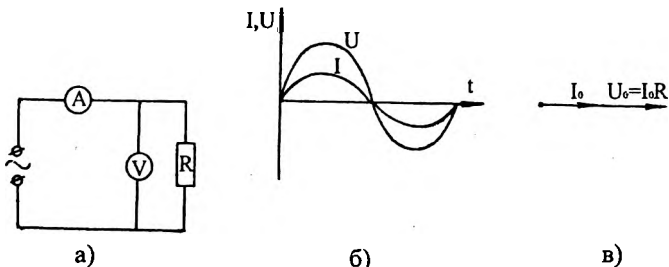


Рис.2

Сопротивление R в цепи переменного тока (рис.2а) называется активным, т.к. при прохождении тока в нём происходит необратимая потеря энергии. При наличии в цепи только R напряжение

$U = U_0 \sin \omega t$, а $I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t$, т.е. ток и напряжение совпадают по фазе. График тока и напряжения, а также векторная диаграмма амплитуд тока и напряжения показаны на рис. 26, в.

б) Индуктивное сопротивление в цепи переменного тока.

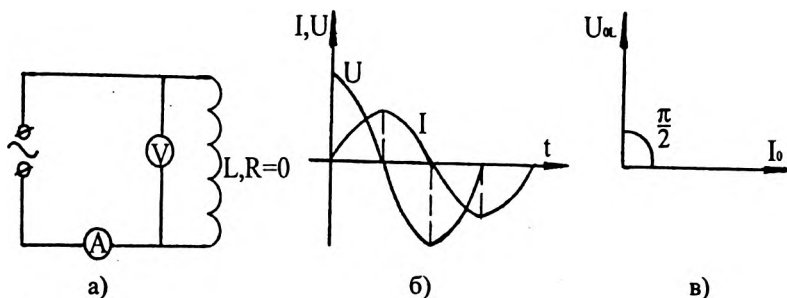


Рис.3

Рассмотрим случай, когда цепь содержит только катушку индуктивности с малым сопротивлением $R (R=0)$ и значительной индуктивностью L (рис.3а). Пусть в цепи протекает переменный ток: $I = I_0 \sin \omega t$. Он вызывает в катушке ЭДС самоиндукции E_L , которая в любой момент времени противоположна приложенному напряжению U_L и уравнивает его: $U_L = -E_L$, но $E_L = -L \frac{dI}{dt}$, тогда:

$$U_L = I_0 \omega L \cos \omega t = U_{0L} \sin(\omega t + 90^\circ),$$

где $U_{0L} = I_0 \omega L$ - амплитудное значение напряжения. Из этой формулы следует, что

$$I_0 = \frac{U_{0L}}{\omega L} = \frac{U_{0L}}{R_L},$$

где $R_L = \omega L$ - индуктивное сопротивление катушки. Оно увеличивается с ростом частоты переменного тока. Размерность индуктивного сопротивления - Ом:

$$[R_L] = c^{-1} \Gamma_H; \quad E = -L \frac{dI}{dt}; \quad L = \frac{E \cdot dt}{dI}; \quad [L \Gamma_H] = \frac{B \cdot c}{A};$$

$$[R] = \left[\frac{B \cdot c}{c \cdot A} \right] = \left[\frac{B}{A} \right] = \text{Ом}.$$

Для цепи с индуктивностью, в которой напряжение опережает ток на 90° , волновая и векторная диаграммы представлены на рис. 36, в.

в) Емкостное сопротивление в цепи переменного тока.

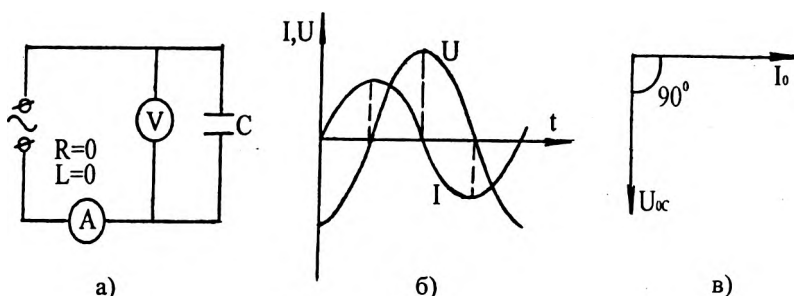


Рис.4

Рассмотрим случай, когда в цепь включен только конденсатор С (рис.4а) (сопротивлением и индуктивностью подводящих проводов можно пренебречь). Пусть ток в цепи изменяется по закону: $I = I_0 \sin \omega t$. Напряжение на обкладках конденсатора можно представить следующей формулой: $U_c = \frac{q}{C}$. Ток в цепи: $I = \frac{dq}{dt}$, $dq = Idt$,

$$q = \int I_0 \sin \omega t dt = -\frac{I_0}{\omega} \cos \omega t, \text{ тогда}$$

$$U_c = \frac{q}{C} = -\frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t = \frac{I_0}{\omega C} \sin(\omega t - 90^\circ) = U_{0c} \sin(\omega t - 90^\circ),$$

где $U_{0c} = \frac{I_0}{\omega C}$ - амплитудное значение напряжения, приложенного к конденсатору. Амплитудное значение тока $I_0 = \frac{U_{0c}}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U_{0c}}{R_c}$, где

$R_c = \frac{1}{\omega C}$ - емкостное сопротивление. Оно уменьшается с ростом частоты. R_c - имеет размерность - Ом: $[R_c] = \frac{1}{c^{-1} \cdot \Phi}$;

$$C = \frac{q}{U}; [1\Phi] = \left[\frac{Кл}{В} \right]; [R_c] = \left[\frac{c \cdot В}{Кл} \right] = \left[\frac{c \cdot В}{А \cdot с} \right] = \left[\frac{В}{А} \right] = \text{Ом}.$$

В цепи с чисто емкостным сопротивлением напряжение, приложенное к обкладкам конденсатора, отстаёт по фазе от тока на 90° . Это отражено на волновой и векторной диаграммах на рис. 4б, в.

3. Полное сопротивление (импеданс) в цепи переменного тока. Резонанс напряжения.

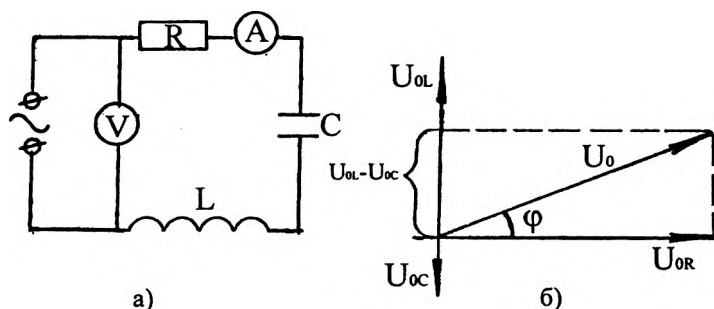


Рис.5

Рассмотрим цепь, состоящую из R , L и C (рис.5а). Ток в этой цепи равен: $I = I_0 \sin \omega t$. Определим, как будет изменяться напряжение. Поскольку все три сопротивления соединены последовательно, то сумма падений напряжений на них равна приложенному напряжению:

$$U_0 = U_{OR} + U_{OL} + U_{OC} = I_0 R + I_0 R_L + I_0 R_C = I_0 R + I_0 \omega L + I_0 \frac{1}{\omega C}.$$

Вследствие наличия разности фаз между U_L , U_C и током I (U_R находится в одинаковой фазе с током) эти напряжения можно складывать геометрически (векторно) и по теореме Пифагора получить приложенное напряжение U_0 (рис.5б):

$$U_0 = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = I_0 Z,$$

где $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$ - называется полным сопротивлением, или импедансом цепи. Закон Ома для данной цепи запишется так:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}.$$

Разность фаз между током I и напряжением U определяется углом φ между векторами U_0 и U_R . Тогда: $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$. Из диаграммы на

рис.5б следует, что
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_0 \omega L - I_0 \frac{1}{\omega C}}{I_0 R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Из формулы для Z вытекает, что чем ближе по величине ωL и $\frac{1}{\omega C}$, тем меньше полное сопротивление Z и тем больше ток в этой цепи.

При $R_L = R_C$ или $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ полное сопротивление $Z = R$ и ток достигает наибольшего значения, обусловленного только активным сопротивлением цепи: $I_{0\text{рез}} = \frac{U_0}{R}$. Это явление называется электрическим резонансом, который обеспечивается путём подбора соответствующих L и C . Резонанс в последовательной цепи называют резонансом напряжений, так как при этом происходит взаимная компенсация напряжений U_L и U_C (направлены противоположно), каждое из которых порознь может значительно превышать напряжение U , приложенное к цепи.

4. Полное сопротивление (импеданс) тканей организма. **Использование метода электропроводности в медицине.**

При пропускании переменного тока через растворы их электропроводность оказывается одинаковой независимо от частоты. При работе с биологическими объектами обнаружили, что на высоких частотах (10^7 Гц) электропроводность гораздо выше, чем при низких частотах. С увеличением частоты электропроводность увеличивается до

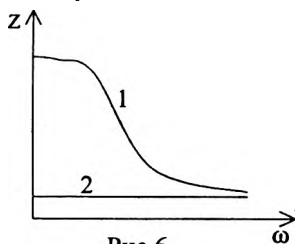


Рис.6

некоторой максимальной величины. На рис.6 (линия 1) приведена кривая зависимости сопротивления мышцы от частоты (кривая дисперсии).

Зона дисперсии электропроводности обычно варьируется в интервале $10^2 - 10^8$ Гц. Дисперсия электропроводности живых тканей является результатом того, что при низких частотах, как и при постоянном токе, электропроводность связана с поляризацией, но по мере увеличения частоты поляризационные явления скажутся меньше.

По мере отмирания ткани крутизна дисперсии уменьшается и для мёртвой ткани график представляется линией 2 (рис.6). Крутизну дисперсии K выражают отношением величины сопротивления, измерен-

персии K выражают отношением величины сопротивления, измеренного на низкой частоте, к величине сопротивления, измеренного на высокой частоте. Если два сопротивления измеряются на разной частоте при одних и тех же условиях, то отношение между ними оказывается постоянным для нормального состояния данной ткани. Обычно выбирают для измерения частоты 10^4 Гц и 10^6 Гц, так как при частоте 10^6 Гц во многих случаях наблюдается максимальная электропроводность, а при частоте 10^4 Гц наблюдается перелом кривой дисперсии:

$$K = \frac{Z_{10^4}}{Z_{10^6}}.$$

После отмирания ткани указанный коэффициент стремится к единице.

Объясняя прохождение переменного электрического тока через биологические объекты, исходят из того, что сопротивление живых клеток является суммарным, состоящим из омического и емкостного сопротивлений. Индуктивные элементы в биологических объектах отсутствуют.

Ткани организма состоят из клеток, омываемых тканевой жидкостью. Такой элемент представляет собой две среды, относительно хорошо проводящие ток (тканевая жидкость и цитоплазма клетки), разделенные плохо проводящим слоем клеточной мембраны. Такая система обладает электрической ёмкостью. В тканях встречаются и макроскопические образования, состоящие из различных соединительных оболочек и перегородок (плохо проводят ток), по обе стороны которых находятся ткани хорошо проводящие электрический ток. Это так же придаёт тканям емкостные свойства.

Омическое сопротивление не зависит от частоты, а емкостное — значительно уменьшается с увеличением частоты и это приводит к увеличению проводимости всей емкостно-омической системы. Для последовательного соединения R и C полное сопротивление (импеданс) определяется по формуле:

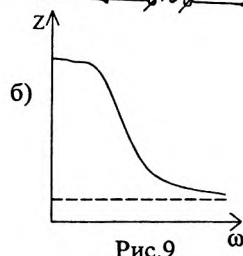
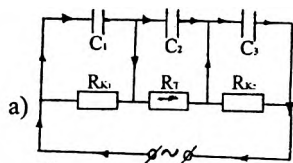
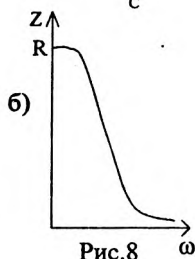
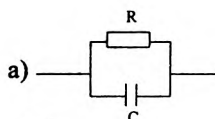
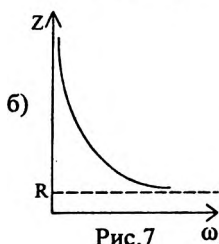
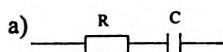
$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Присутствие в биологических системах ёмкостей подтверждается также наличием сдвига фаз между током и напряжением. Угол сдвига фаз определяется соотношением между емкостным и омическим сопротивлениями, и для последовательного их соединения находится по формуле: $\operatorname{tg} \varphi = \frac{1/\omega C}{R}$. Для биологических систем характерна большая величина этого угла. Это показывает, что доля емкостного сопротивления в тканях велика.

Приведём примеры величины угла сдвига фаз, полученные при частоте 10^3 Гц:

кожа человека – 55° ;
 мышца кролика – 65° ;
 нерв лягушки – 64° .

Учитывая, что суммарная величина сопротивлений (импеданс) живых объектов представлена только геометрической суммой омического и емкостного сопротивлений, для характеристики проведения тока живыми клетками прибегают к эквивалентным схемам, т.е. к таким комбинациям омического сопротивления и ёмкости, которые в некотором приближении могут моделировать электрические параметры клеток. Простейшими из них являются схемы с последовательным соединением R и C (рис.7а) и с параллельным соединением этих элементов (рис.8а).



Но эти простейшие схемы не могут быть полностью применимы для живых клеток. Как следует из графика зависимости Z от ω для первой схемы (рис.7б) видно, что при частоте $\omega \rightarrow 0$ сопротивление $Z \rightarrow \infty$, что противоречит опыту.

Из графика зависимости Z от ω для второй схемы (рис.8б) видно, что при $\omega \rightarrow \infty$ $Z \rightarrow 0$, что на опыте не подтверждается.

Наиболее удачна схема, сочетающая первые две схемы. Одна из них изображена на рис.9а. На этой схеме R_{K1} и R_{K2} – сопротивление кожи; R_T – сопротивление ткани; C_1 , C_2 и C_3 – шунтирующие эти сопротивления ёмкости. Стрелками показано направление переменного тока в один из полупериодов. Сопротивления R_{K1} и R_{K2} очень велики и переменный ток через них не идёт. На рис.9б дан график зависимости Z от ω для этой схемы, что вполне соответствует опытным данным. Существуют и другие сложные эквивалентные схемы, однако ни

одна из них в точности не может воспроизвести закономерности, присущие сложным биологическим системам.

Метод электропроводности на переменном токе в живых тканях и клетках используется в биологических исследованиях и медицине для оценки патологических процессов. Например, при измерениях в области низких частот наблюдается увеличение сопротивления ткани при воспалении на первых стадиях. Связано это с тем, что ток низкой частоты идёт преимущественно через межклеточные пространства. При воспалении в результате набухания клеток сечение межклеточных промежутков уменьшается, что влечёт повышение омического сопротивления, в то время как ёмкость клеток на ранних стадиях воспаления остаётся неизменной. В диагностике используется так же метод измерения угла сдвига фаз. При некоторых заболеваниях (щитовидной железы) или при физиологических изменениях (старение организма) обнаруживается заметное изменение угла сдвига фаз.

Для характеристики физиологического состояния ткани используют величину крутизны дисперсии (К). Этот критерий применяют, например, при оценке жизнеспособности ткани, предназначенной для трансплантации.

От физиологического состояния зависит так же и импеданс тканей. Так, при кровенаполнении сосудов импеданс изменяется. Кровь имеет меньшее сопротивление, чем стенки сосудов или клетки, и поэтому при наполнении ткани кровью во время систолы полное сопротивление ткани уменьшается, а при диастоле – увеличивается. Диагностический метод, основанный на регистрации импеданса тканей в процессе сердечно-сосудистой деятельности, называется реографией (импеданс – плетизмографией). С помощью этого метода получают реограммы головного мозга (реоэнцефалограмма), сердца (реокардиограмма), лёгких, печени, сосудов, конечностей. Измерения обычно проводят на частоте 30 кГц.

ЛЕКЦИЯ №13

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. ДЕЙСТВИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НА ОРГАНИЗМ ЧЕЛОВЕКА.

1. Основные характеристики магнитного поля.

Вид материи, посредством которого осуществляется взаимодействие токов, называется магнитным полем. Как обнаружил в 1820г. Эрстед, поле, созданное током, оказывает ориентирующее действие на магнитную стрелку, поэтому его и называли магнитным.

Для исследования магнитного поля применяют пробный ток, циркулирующий в плоском замкнутом контуре (рамке с током) очень малых размеров. Поле оказывает на контур ориентирующее действие, устанавливая его в определённом положении. На контур с током в магнитном поле действует момент силы M , поворачивающий его и зависящий от ряда факторов, в том числе и от ориентации рамки. Максимальное значение M_{\max} зависит от силы тока I , протекающего в контуре и площади S , охватываемой контуром.

Эту зависимость используют для введения силовой характеристики магнитного поля – вектора магнитной индукции \vec{B} . Магнитная индукция B в некоторой точке поля равна отношению максимального вращающего момента M_{\max} , действующего на контур с током в однородном магнитном поле, к силе тока, протекающей по нему, и площади, охватываемой контуром:

$$B = \frac{M_{\max}}{I \cdot S} \quad (1)$$

Направление вектора \vec{B} определяется по правилу правого винта (правило буравчика). Единицей магнитной индукции в СИ является Тесла

(Тл): $1 \text{ Тл} = \frac{1 \text{ Н} \cdot \text{м}}{1 \text{ А} \cdot \text{м}^2} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}$. Величину $P_m = I \cdot S$ называют магнитным

моментом контура с током.

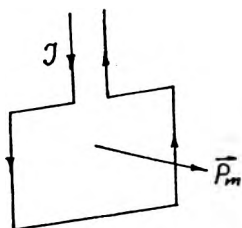


Рис.1

Магнитный момент – векторная величина. Вектор \vec{P}_m совпадает по направлению с направлением вектора \vec{B} (рис.1).

Магнитное поле графически изображают с помощью линий магнитной индукции, касательные к которым показывают направление вектора \vec{B} . Число линий, проходящих через единичную, перпендикулярно им расположенную площадку, равно модулю \vec{B} . Линии магнитной индукции не имеют начала и конца

и являются замкнутыми. Подобные поля называются вихревыми.

Рассмотрим некоторую площадку S в однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} (рис.2). Величина $\Phi = \vec{B}_n \cdot S$ называется магнитным потоком. B_n – проекция вектора \vec{B} на направление нормали \vec{n} : $B_n = B \cos \alpha$, тогда $\Phi = BS \cos \alpha$. (2)

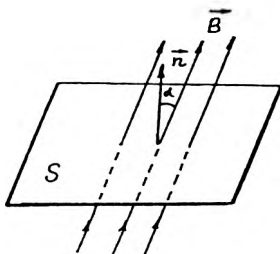


Рис.2

Единицей магнитного потока является Вебер (Wb): $1 Wb = 1 T \cdot m^2$.

Воздействие магнитного поля на виток с током зависит, при прочих равных условиях, от свойств среды, в которую помещён виток. Это можно объяснить тем, что среде можно приписать некоторое собственное

магнитное поле \vec{B}' . Тогда результирующее магнитное поле в веществе \vec{B} равно векторной сумме индукций внешнего поля \vec{B}_0 и внутреннего \vec{B}' :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}', \text{ откуда } \frac{B}{B_0} = 1 + \frac{B'}{B_0}. \quad (3)$$

Отношение $\frac{B}{B_0} = \mu$ (4) называют относительной магнитной проницаемостью среды. Она показывает во сколько раз магнитная индукция в среде отличается от магнитной индукции в вакууме. μ – величина безразмерная.

Во многих случаях для однородного магнитного поля величина B' пропорциональна индукции внешнего поля B_0 , т.е.

$$B' = \chi B_0 \text{ или } \frac{B'}{B_0} = \chi, \quad (5)$$

где χ – коэффициент пропорциональности, называемый магнитной восприимчивостью вещества (это безразмерная величина).

Подставив (4) и (5) в выражение (3), получим:

$$\mu = 1 + \chi \text{ или } \chi = \mu - 1. \quad (6)$$

Наряду с вектором \vec{B} вводят вспомогательный вектор \vec{H} , называемый напряжённостью магнитного поля.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \frac{B_0}{\mu_0}, \quad (7)$$

где μ_0 – постоянный коэффициент, называемый магнитной постоянной, которая в системе СИ имеет значение равное $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}$. Напряжённость \vec{H} тоже является силовой характеристикой поля, но уже не зависящей от свойств среды, если среда однородная. Единицей измерения напряжённости в системе СИ является Ампер на метр (A/m).

Магнитное поле способно отклонять проводник с током, смещать заряды, выталкивать или втягивать вещество, т.е. оно обладает запасом энергии, которую можно выразить через характеристики магнитного поля:

$$\omega_M = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}, \quad (8)$$

где ω_M - объёмная плотность энергии магнитного поля. Это энергия магнитного поля, выделенная в единице объёма среды.

2. Магнитные свойства вещества.

Чтобы понять природу магнетизма, необходимо рассмотреть магнитные свойства микрочастиц. Магнетизм атомов порождается тремя причинами: а) существованием у электрона спинового магнитного момента; б) орбитального магнитного момента; в) магнитным моментом ядер.

Рассмотрим магнитные характеристики электронов, ядер, атомов, молекул, а также поведение этих структур в магнитном поле.

Будем считать, что электрон в атоме вращается равномерно вокруг ядра со скоростью ϑ по круговой орбите радиуса r . Это движение аналогично круговому току и характеризуется орбитальным магнитным моментом $P_{орб}$. Сила тока, соответствующая движению электрона, который вращается с частотой ν , равна $I = e\nu$, где e - заряд электрона. Учитывая, что $\nu = \frac{\vartheta}{2\pi r}$, можно записать: $I = \frac{e\vartheta}{2\pi r}$. Тогда орбитальный магнитный момент:

$$P_{орб} = IS = \frac{e\vartheta}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{e\vartheta r}{2}. \quad (9)$$

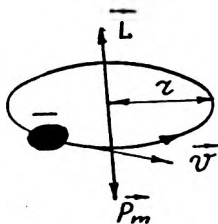


Рис.3

Вращающийся электрон имеет также момент импульса или орбитальный механический момент (рис.3):

$$L_{орб} = m_e \vartheta r. \quad (10)$$

Отношение $P_{орб}$ к $L_{орб}$ называют магнитомеханическим отношением - $G_{орб}$:

$$G_{орб} = \frac{P_{орб}}{L_{орб}} = \frac{e}{2m_e}. \quad (11)$$

Это выражение не зависит ни от скорости, ни от частоты и представлено постоянными величинами e и m_e .

Кроме орбитального механического момента электрон обладает собственным моментом импульса, обусловленным собственным вращением электрона вокруг своей оси. Он получил название спин - $L_{ес}$:

$L_{es} = \pm \frac{1}{2} \frac{h}{2\pi}$, где h – постоянная Планка (знак \pm означает, что он может быть ориентирован в двух направлениях – вдоль поля и против него). Спину соответствует собственный спиновый магнитный момент P_{ms} . Величина спинового магнитного момента является определяющим параметром, характеризующим магнитные свойства атомов, молекул и в целом вещества. Было выяснено, что спиновое магнитное механическое отношение вдвое больше орбитального:

$$G_s = \frac{P_{ms}}{L_{es}} = \frac{e}{m_e}. \quad (12)$$

Откуда $P_{ms} = \frac{e}{m_e} L_{es} = \frac{eh}{4\pi m_e}$. Эту величину, состоящую из постоянных, называют магнетон Бора – μ_B : $\mu_B = \frac{eh}{4\pi m_e} = 0,927 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{Тл}}$.

Следовательно, собственный магнитный момент электрона равен одному магнетону Бора.

Магнитные моменты атомов складываются из орбитальных и собственных моментов входящих в его состав электронов, а также из магнитных моментов ядер. Магнитный момент ядер во много раз меньше магнитных моментов электронов, поэтому при рассмотрении многих вопросов им можно пренебречь.

При помещении веществ в магнитное поле они сами становятся источниками такого поля – иначе вещества намагничиваются. В этом смысле все вещества называются магнетиками. Магнетики делятся на три основных класса: парамагнетики, диамагнетики и ферромагнетики.

Степень намагничивания вещества характеризуется величиной называемой намагниченностью – \bar{I} (векторная величина). Среднее значение вектора намагниченности равно отношению суммарного магнитного момента $\sum_{i=1}^N \bar{P}_{mi}$ всех частиц N , расположенных в объёме магнетика V , к этому объёму:

$$\bar{I} = \frac{\sum_{i=1}^N \bar{P}_{mi}}{V}. \quad (13)$$

Единицей намагниченности служит Ампер на метр (А/м).

Как показывает опыт, вектор \bar{I} связан с вектором \bar{H} соотношением:

$$\bar{I} = \chi \bar{H}. \quad (14)$$

Чем больше магнитная восприимчивость вещества, тем более намагниченным будет вещество при заданном внешнем поле.

Рассмотрим природу магнетизма вещества.

Молекулы парамагнетиков имеют отличные от нуля магнитные моменты. При отсутствии магнитного поля эти моменты расположены

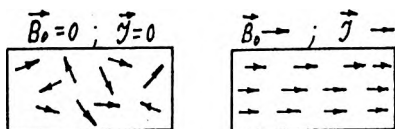


Рис.4

хаотически и намагниченность равна нулю. При внесении парамагнитного образца в магнитное поле магнитные моменты молекул ориентируются предпочтительно по направлению \vec{B}_0 , в результате чего $\vec{I} \neq 0$. На рис.4

схематично показаны молекулы парамагнетика при отсутствии магнитного поля и в поле. Магнитное поле парамагнетиков усиливает внешнее магнитное поле. Поэтому для них величина χ невелика ($10^{-4} - 10^{-6}$) и положительна ($\chi > 0$), а $\mu > 1$. К парамагнетикам относятся алюминий, кислород, молибден, водные растворы металлов, щелочные и щелочноземельные металлы, эбонит, воздух и т.д.

Для некоторых веществ при определённой взаимной ориентации орбит, а также когда все электроны являются спаренными (с противоположными по знаку спинами) может иметь место, что магнитный

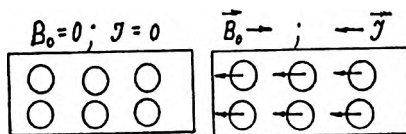


Рис.5

момент атома (или молекулы) будет равняться в целом нулю. Такие вещества называются диамагнитными (или диамагнетиками). На рис.5 схематично показаны молекулы диамагнетика при отсутствии магнитного поля и в поле. Намагниченность

диамагнетиков направлена противоположно магнитной индукции внешнего поля и уменьшает её. Поэтому у диамагнетиков величина χ мала ($10^{-4} - 10^{-6}$) и отрицательная ($\chi < 0$), а $\mu < 1$. К диамагнетикам относятся: некоторые металлы (серебро, висмут, золото, медь), фосфор, сера, углерод, вода, большая часть органических соединений (уг-

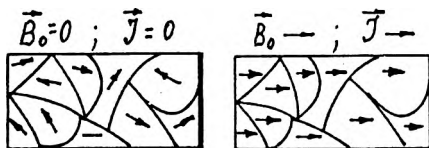


Рис.6

лероды, белки, входящие в состав тканей организма). В неоднородном магнитном поле в вакууме частицы парамагнитного вещества “втягиваются” в поле, а частицы диамагнетика будут “выталкиваться” из него. При прекращении действия внешнего

поля диа- и парамагнетики возвращаются в исходное состояние.

Ферромагнетики отличаются от парамагнетиков тем, что в их структуре имеются области, называемые доменами, магнитные моменты атомов и молекул в которых уже от природы имеют согласованную ориентацию. Под действием внешнего магнитного поля происходит ориентировка магнитных моментов самих доменов (рис.6). При этом создаётся собственное поле вещества, на нескольких порядков более сильное, чем у парамагнетиков, которое сохраняется и после прекращения действия внешнего поля. Это явление называется остаточным намагничиванием. Однако интенсивное тепловое движение может разрушить пространственную ориентировку доменов. Поэтому при высоких температурах ферромагнитные вещества теряют свои магнитные свойства.

У ферромагнетиков величина χ положительна и достигает очень больших значений (десятки тысяч), а $\mu > 1$. К ферромагнетикам относятся железо, сталь, никель, кобальт и многие сплавы.

Ткани организма подобно воде в значительной степени диамагнетики. Однако в организме имеются и парамагнитные вещества, молекулы и ионы. Ферромагнитных частиц в организме нет.

3. Действие магнитных полей на живые организмы.

Магнитное поле оказывает воздействие на биологические системы, которые в нём находятся. Это взаимодействие изучает раздел биофизики, называемый магнитобиологией.

Человек, животные, растения постоянно находятся в магнитном поле Земли. Накоплено достаточно фактов, говорящих о том, что постоянное геомагнитное поле оказывает самое разнообразное влияние на развитие животного и растительного мира. Давно обнаружено, что животные при свободном перемещении ориентируются по силовым линиям магнитного поля Земли. Было установлено, что от того, как располагаются в почве семена растений относительно линий магнитной индукции, изменяется процесс их прорастания и другие факты.

Опыты показали, что многие организмы способны различать интенсивность магнитного поля и ощущать направление, по которому магнитные силовые линии проходят через их тело. У растений и животных, помещённых в среду, экранированную от геомагнитного поля, наблюдались признаки ненормального развития, а у человека, помещённого кратковременно в немагнитную среду, изменяется реакция центральной нервной системы.

Индукция магнитного поля Земли в целом невелика. На поверхности Земли вертикальная составляющая МП достигает максимального значения на магнитных полюсах (67 мкТл) и равна нулю на маг-

нитном экваторе. Горизонтальная компонента максимальна на магнитном экваторе (33 мкТл) и равна нулю на магнитных полюсах.

Геомагнитное поле непостоянно и колеблется по суткам, месяцам и годам. Причиной этому являются процессы, возникающие на Солнце, которые приводят к резкому возрастанию магнитного поля в верхних слоях атмосферы, что вызывает изменение суммарного единого поля Земли. Это явление называется магнитной бурей. Такие бури чаще всего бывают в те годы, которые соответствуют 11-летним циклам активности Солнца.

А.П. Чижевский и другие исследователи на основе статистических данных, полученных за много лет, обратили внимание на связь магнитных бурь и вспышками эпидемий чумы, холеры, дифтерии, гриппа, менингита.

В период солнечной активности возрастает размножение и токсичность ряда болезнетворных бактерий, повышается скорость свёртывания крови и число лимфоцитов.

Кроме естественных магнитных полей человек подвергается воздействию магнитных полей от технических установок и приборов в быту, на производстве, в транспорте. Современная техника насыщает окружающую нас среду мощными магнитными полями, интенсивность которых в тысячи и миллионы раз превосходит интенсивность геомагнитного поля.

Каково действие этих полей на живые существа? Этими вопросами занимаются сегодня и физики и медики. Учёными установлен предел воздействия допустимых магнитных полей. Исследования позволили сделать вывод, указывающий на отсутствие каких-либо отрицательных последствий для здоровья человека от воздействия постоянного магнитного поля до 2 Тл. Экспериментальные данные предполагают, что кратковременное воздействие постоянного МП более 5 Тл может оказать существенное отрицательное влияние на здоровье человека.

Кроме воздействия постоянного магнитного поля человек подвергается действию переменных магнитных полей низкой частоты. Считается, что могут представлять опасность для здоровья такие поля с индукцией поля 50 мТл при частоте 50-60 Гц.

В настоящее время установлено несколько физических механизмов, путём которых постоянные магнитные поля (ПМП), переменные магнитные поля низкой частоты (ПеМП) и пульсирующие магнитные поля (ПуМП) взаимодействуют с живым веществом.

Одним из механизмов является изменение ориентации макромолекул под действием МП. Известно, что во всяком живом организме имеются атомы с не скомпенсированными магнитными моментами. Они могут быть в организме и в виде радикалов, и в виде железосо-

держащих соединений. Железо содержится в гемоглобине, в дыхательных ферментах, в составе мышечного белка. Эти магнитные атомы будут в магнитном поле ориентироваться в определённом направлении. Следует однако заметить, что эта ориентация может быть разрушена тепловым движением и магнитный эффект окажется незначительным. Ориентируются магнитным полем и большинство органических молекул, которые являются диамагнитными. В больших молекулах индуцированный магнитный момент может быть очень большим. Однако, в вязкой среде, которой является биологическая жидкость, ориентация происходит очень медленно и магнитобиологический эффект окажется ничтожным. Изменение ориентации биологически активных молекул в растворах может отражаться на кинетике биохимических реакций и на проницаемости биомембран.

Следующим механизмом, который может дать ощутимый эффект является взаимодействие биотоков живых организмов с сильным МП. Во всех живых системах, тканях и органах циркулируют токи. Например, при прохождении электрических импульсов по нервным волокнам на них в МП действует сила Ампера, под влиянием которой волокно смещается и изгибается. При смещении в нём появляется ток самоиндукции, тормозящий по закону Ленца распространение импульса по волокну и тем самым искажающий форму импульса. Кроме того, следует учитывать возможность резонанса между частотой биотоков и частотой возбуждённых полем механических колебаний. При таком резонансе заметные биологические эффекты могут возникнуть уже в слабых полях.

Ещё одним важным механизмом является магнитогидродинамическое торможение циркуляции проводящих жидкостей в организме, в том числе крови. Сущность явления состоит в том, что в биологических жидкостях, представляющих собой растворы электролитов, при движении в ПМП возникают индукционные токи, которые по закону Ленца тормозят движение проводника. Для торможения кровотока у человека на 0,1% нужно поле не мене 200 мТл.

Существуют попытки объяснить биологическое действие МП его влиянием на воду, входящую в состав живых организмов. Некоторые физико-химические свойства воды в МП изменяются. При индукции в 100 мТл несколько меняется поверхностное натяжение, диэлектрическая проницаемость, кислотность. Однако, под "водой" в этих случаях понимают жидкость, в которой кроме молекул H_2O присутствуют растворённые в ней вещества и именно на эти вещества (на их растворимость, гидратацию и прочее) может оказать влияние МП.

Следует остановиться на механизмах действия ПемП. При их использовании, кроме диамагнитного и парамагнитного взаимодействия, происходит взаимодействие биосистем с переменным электрическим

полем, которое возникает при любом изменении магнитного поля. Поскольку в тканях имеются свободные заряды, ионы или электроны, то индуцированное электрическое поле вызовет их движение. Этот ток и будет оказывать многообразные биологические действия.

Существуют и другие гипотезы о механизмах действия МП, однако чисто физически объяснить действие МП на живой организм очень трудно, и хотя магнитные поля и применяют в медицине, механизм их действия ещё во многом не ясен.

4. Использование магнитных полей в медицине.

Токи, генерируемые клетками сердца и корой головного мозга, создают магнитное поле тела человека. Оно исключительно мало, в $10^6 - 10^7$ раз слабее магнитного поля Земли. Для его измерения используют прибор называемый квантовым магнитометром.

Различают два способа исследования поля сердца:

- 1) измерение магнитокардиограмм (МКГ);
- 2) построение динамической магнитной карты (ДМК).

В первом случае измерение проводят в какой-то одной точке над сердцем, в результате получают зависимость величины магнитного поля от времени, зачастую совпадающую по форме с ЭКГ. Чтобы построить ДМК, необходим набор измерений МКГ в разных точках над сердцем. Каждая ДМК соответствует определённой фазе сердечного цикла.

Использование этих методов в клиниках показало возможность выявления начала сердечных заболеваний значительно раньше, чем это делается с помощью ЭКГ. В отличие от ЭКГ это бесконтактный метод.

Создан прибор и для измерения магнитных полей мозга человека. Магнитоэнцефалограммы (МЭГ), снимаемые этим прибором, существенно дополняют ЭЭГ.

Магнитотерапия – это применение в лечебно-профилактических целях постоянных, низкочастотных, переменных и пульсирующих магнитных полей.

Постоянное магнитное поле в данной точке пространства не изменяется со временем ни по величине, ни по направлению. Его получают с помощью индукторов – электромагнитов, или постоянных магнитов.

Сильные постоянные магниты применяют в медицине для удаления мелких ферромагнитных тел (металлические опилки и пр.) из глаз и из открытых ран, для чего промышленность выпускает магниты с наконечниками специальной формы.

Промышленность также выпускает магнитофорные аппликаторы (греч. форо́с – несущий), изготовленные из смеси полимерных веществ (каучук, смолы) и намагниченных порошкообразных ферромагнитных наполнителей. Литъём или штамповкой получают листы необходимой формы с магнитной индукцией на поверхности (15-40)мТл. Аппликаторы эластичны, их можно накладывать на любой участок тела и они удобны в гигиеническом отношении. Магнитофорные аппликаторы оказывают некоторое обезболивающее, противовоспалительное действие и способствуют улучшению кровообращения.

Электромагниты используются в аппаратах: “Полюс-1”, “Полюс-2”, “Полюс101” и др. Эти же аппараты можно использовать и для получения переменного магнитного поля (ПеМП), которое изменяется со временем и по величине и по направлению. Индукторы при этом питаются переменным электрическим током.

Пульсирующее магнитное поле изменяется со временем по величине, но постоянно по направлению. Индукторы питаются в этом случае пульсирующим током.

ПеМП и ПуМП действуют на организм возбуждающе, усиливают обмен веществ в тканях, очень чувствительна к их действию центральная нервная и сердечно-сосудистая системы. Их действие используют при лечении воспалительных заболеваний внутренних органов, для ускорения сращения костных переломов. Они эффективно действуют на вялозаживающие раны.

Следует отметить, что действие МП на организм отличается от влияния других физических факторов рядом особенностей. Так, например, реакция организма на применение МП характеризуется разнообразием и неустойчивостью, которые определяются различиями в индивидуальной чувствительности к ним как организма в целом, так и отдельных его систем, органов и тканей.

ЛЕКЦИЯ №14

ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ ЭЛЕКТРОТЕРАПИЯ И ЭЛЕКТРОХИРУРГИЯ.

1. Воздействие радиоволн на биологические структуры.

Всевозможные электромагнитные (ЭМ) волны, распространяющиеся во Вселенной (в том числе и в условиях Земли), можно представить в виде единой шкалы. Вся шкала условно подразделена на 6 диапазонов: радиоволны, инфракрасное излучение, видимый свет, ультрафиолетовое излучение, рентгеновское излучение и γ -излуче-

ние. Самым длинноволновым участком шкалы являются радиоволны. Их длина волны составляет 10^3 - 10^3 м, а частота - $3 \cdot 10^5$ - $3 \cdot 10^{11}$ Гц. Необходимо иметь в виду, что эти границы приняты условно. Радиоволны делятся на длинные, средние, короткие, УВЧ и СВЧ диапазоны.

Интерес медиков к ЭМ волнам высокой частоты (ВЧ – 200 кГц-30 МГц), ультравысокой частоты (УВЧ – 30-300 МГц) и сверхвысокой частоты (СВЧ – свыше 300 МГц) – такое деление принято в медицине, стал проявляться в связи с развитием радиовещания на этих частотах, когда было замечено их влияние на обслуживающий персонал: повышение температуры тела, ломота в суставах, потливость, сонливое состояние и др.

Искусственными источниками радиоволн являются радиовещательные и телевизионные станции, радиолокаторы и спутниковые системы связи. Для создания ЭМ волн на них имеются специальные генераторы, основной частью которых является колебательный контур, состоящий из конденсатора емкостью C и катушки индуктивности с индуктивностью L . Частота ν колебательного контура определяется формулой Томпсона $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ и зависит только от C и от L .

На частоте около 10^{10} Гц эти станции могут давать мощность до $30 \cdot 10^9$ Вт в импульсе. Для человека интенсивность радиоволн $0,1$ Вт/м² считается безопасной. Однако, в зонах, где интенсивность достигает 100 Вт/м², пребывание человека запрещено по нормам, установленным Всемирной организацией здравоохранения (ВОЗ).

При прохождении ЭМ волн через слой вещества толщиной x интенсивность волны I уменьшается согласно закона Бугера $I = I_0 e^{-\mu x}$, где μ - коэффициент ослабления. Величина μ зависит от природы вещества и длины волн.

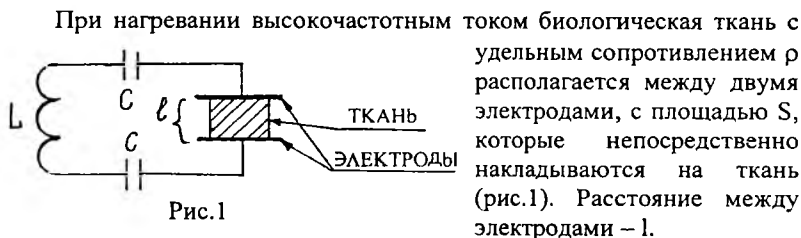
Эти ослабления вызваны тем, что часть энергии радиоволн при их взаимодействии с биологическими структурами превращается в тепло. Выделение теплоты происходит за счет генерации переменных токов проводимости в электролитах (крови, лимфе, цитоплазме клеток) и за счет поворота дипольных молекул диэлектриков тканей организма, т.е. за счет поляризации.

Особенностью распространения радиоволн в живых организмах является сильная зависимость электрических свойств (диэлектрической проницаемости ϵ и удельной проводимости γ) от частоты. При действии на ткань волн УВЧ и СВЧ отмечается их быстрое затухание и быстрое превращение их энергии в тепло.

Эффект взаимодействия радиоволн с биологическими тканями используется в медицине в физиотерапии и электрохирургии. Действие ЭМ волн на вещество осуществляется различными способами в

зависимости от расположения ткани относительно элементов колебательного контура. Рассмотрим эти способы.

2. Нагревание проводников высокочастотным током. **Диатермия. Электрохирургия. Дарсонвализация.**



При нагревании высокочастотным током биологическая ткань с удельным сопротивлением ρ располагается между двумя электродами, с площадью S , которые непосредственно накладываются на ткань (рис.1). Расстояние между электродами – l .

$$Q = I^2 R t = I^2 \frac{\rho l}{S} t = \left(\frac{I}{S} \right)^2 \cdot \rho \cdot l \cdot S \cdot t = j^2 \rho V t,$$

где $j = \frac{I}{S}$ – плотность тока; $V = S \cdot l$ – объем ткани.

Разделив Q на объем и время, получим количество теплоты q , выделяющееся в единицу времени в единице объема вещества:

$$q = \frac{Q}{V t} = j^2 \rho.$$

Следует иметь в виду, что для синусоидального переменного тока величина j представляет собой эффективное значение плотности тока,

т.е. $j_{\text{эф}} = j = \frac{j_0}{\sqrt{2}}$, где j_0 – амплитудное значение плотности тока.

а) Диатермия.

Пропускание токов высокой частоты через ткань используют в физиотерапевтических процедурах, называемых диатермией (греч. – диа – через + терме – жар). При диатермии применяют ток частотой от 1 до 1,5 МГц, напряжением 100-250 В, силой тока от 1 до 3 А. Диатермия позволяет повысить локальную температуру тканей на 2-5⁰С. Диатермическое повышение температуры приводит к расширению кровеносных сосудов, т.е. к увеличению кровообращения, а также к активизации ряда биологических процессов. Так как кровь, мышцы, печень, легкие обладают небольшим удельным сопротивлением, то они нагреваются слабо. Кожа и подкожная клетчатка имеют большое удельное сопротивление, поэтому нагреваются сильнее. Такое непро-

дуктивное выделение теплоты в коже и подкожной клетчатке является недостатком диатермии. Кроме того, метод диатермии предполагает очень плотный контакт участка тела пациента с электродами. При нарушении контакта могут возникнуть ожоги. По этим причинам в настоящее время диатермию заменяют другим более эффективными методами высокочастотного воздействия.

б) Электрохирургия.

В настоящее время токи высокой частоты ($\nu = 1-2$ МГц) используются для хирургических целей (электрохирургия). Они позволяют рассекать ткань (диатермотомия) или сваривать ткани (диатермокоагуляция). Электрическая схема такая же, как и при диатермии (рис.2).

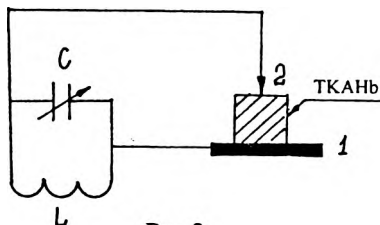


Рис.2

Нижний электрод 1 имеет большую площадь и называется неактивным, а верхний электрод 2 имеет очень малую площадь, сделан в виде скальпеля или иглы и

называется активным.

При электротомии рассечение тканей осуществляется в результате интенсивного парообразования тканевой жидкости в области, прилегающей к электроду 2. Плотность тока при электротомии доходит до 40 кА/м^2 . Электрохирургия имеет перед обычной хирургией ряд преимуществ: малая потеря крови вследствие коагуляции стенок кровеносных сосудов; малые послеоперационные боли, вследствие сваривания нервных окончаний; бактерицидное действие.

При диатермокоагуляции коагуляционный эффект используется для сварки кровеносных сосудов, альвеол, для выжигания злокачественных опухолей и в других случаях. Плотность тока при коагуляции от 5 до 1 кА/м^2 .

в) Дарсонвализация.

Метод лечения импульсными токами с частотой от 200 до 500 кГц при напряжении до 30 кВ и силе тока 15-20 мА называется местной дарсонвализацией. Метод получил название в честь предложившего его французского физика и биолога Ж.А.Д'Арсонваля. Форма импульсов показана на рис.3.

Электрическая схема дарсонвализации представлена на рис.4. Ток к пациенту П поступает от источника высокочастотных колебаний И через вакуумный или заполненный графитом стеклянный электрод Э.

Второго электрода нет, так как цепь замкнута через тело пациента и окружающую среду так называемыми токами смещения (пунк-

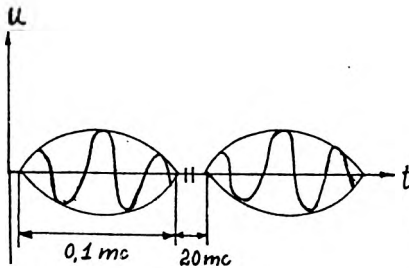


Рис.3

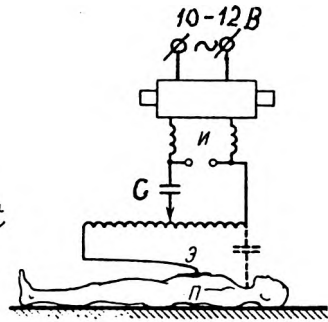


Рис.4

тирное изображение конденсатора). Нагрев тканей при дарсонвализации практически незаметен, так как сила тока очень мала. При местной дарсонвализации происходит раздражение кожных рецепторов мелкими искрами, проскакивающими между телом пациента и электродом. Это вызывает расширение капилляров и артериол в зоне действия электрического тока, усиливает циркуляцию крови, стимулирует заживление ран и язв, улучшает обмен веществ, оказывает болеутоляющий эффект. Существенное действие оказывают поляризационные эффекты на клеточные мембраны.

3. Нагревание проводника в переменном магнитном поле. Индуктотермия.

Электрическая схема нагревания тканей в переменном магнитном поле представлена на рис.5. Ткань помещена в катушку, внутри которой существует переменное магнитное поле с частотой 10-15 МГц. Это поле создает (индуцирует) в проводящих тканях вихревые токи. Эти токи можно использовать для прогревания тканей и органов. Такой лечебный метод называется индуктотермией.

Рассчитаем количество выделенной теплоты в этом случае. ЭДС индукции \mathcal{E}_i равна:

$$\mathcal{E}_i = -\Phi'_i = -(BS)'_i = -(B_0 S \cos \omega_0 t)' = B_0 S \omega_0 \sin \omega_0 t,$$

где B_0 – максимальное значение вектора индукции магнитного поля.

По закону Ома:

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{B_0 S \omega_0 \cdot \sin \omega_0 t}{\rho \frac{l}{S}} = \frac{B_0 \omega_0}{\rho} \cdot \frac{S^2}{l} \cdot \sin \omega_0 t,$$

где $I_0 = \frac{B_0 \omega_0}{\rho} \cdot \frac{S^2}{l}$; $I_{\text{ЭФ}} = \frac{B_{\text{ЭФ}} \cdot \omega_0}{\rho} \cdot \frac{S^2}{l}$.

Тогда $j_{\text{ЭФ}} = \frac{I_{\text{ЭФ}}}{S} = \frac{B_{\text{ЭФ}} \cdot \omega_0}{\rho} \cdot \frac{S}{l}$.

Ранее мы показали, что количество теплоты, выделенное в 1 м^3 ткани за 1 секунду:

$$q = j_{\text{ЭФ}}^2 \cdot \rho = \frac{B_{\text{ЭФ}}^2 \cdot \omega_0^2}{\rho} \cdot \frac{S^2}{l^2} = k \frac{B_{\text{ЭФ}}^2 \cdot \omega_0^2}{\rho},$$

где $k = \frac{S^2}{l^2}$ - коэффициент, зависящий от размеров образца.

Таким образом, при индуктотермии количество теплоты, выделяющейся в тканях, пропорционально квадратам частоты и индукции магнитного поля и обратно пропорционально удельному сопротивлению. Следовательно, при индуктотермии больше нагреваются ткани с меньшим удельным сопротивлением – кровь, печень. По сравнению с диатермией индуктотермия дает более глубокое прогревание, поскольку проводится на более высоких частотах. Индуктотермия дает хорошие результаты при лечении хронических воспалительных процессов в глубоко лежащих тканях: бронхит, пневмония, холецистит, нефрит и др.

4. Нагревание проводников и диэлектриков в ультравысокочастотном электрическом поле. УВЧ-терапия.

Электрическая схема нагрева ткани колебания УВЧ представлена на рис.6. Электроды не касаются ткани. Ткань расположена между пластинами конденсатора (терапевтические электроды), в котором существует переменное электрическое поле частотой 40-50 МГц, что на порядок выше, чем при диатермии.

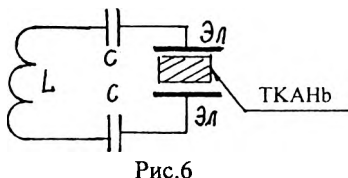


Рис.6

Эти поля относятся к ультравысоким частотам, поэтому соответствующий физиотерапевтический метод получил название УВЧ-терапия.

а) Нагревание проводников в ультравысокочастотном электрическом поле.

Мощность тока в проводнике $P = \frac{U^2}{R}$, учитывая, что $U = E \cdot l$, а $R = \frac{\rho \cdot l}{S}$; получим $P = \frac{E^2 \cdot l^2 \cdot S}{\rho \cdot l} = \frac{E^2}{\rho} \cdot S \cdot l = \frac{E^2}{\rho} V$, где V – объем ткани.

Разделив P на V , получим количество теплоты, выделяющееся в единицу времени в единице объема проводящей ткани:

$$q = \frac{P}{V} = \frac{E^2}{\rho} = E^2 \gamma,$$

где E – эффективное значение напряженности поля, т.е. $E = E_{\text{эф}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$; E_0 – амплитудное значение напряженности электрического поля.

б) Нагревание диэлектриков в ультравысокочастотном электрическом поле.

Рассмотрим диэлектрик с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ , находящийся в переменном электрическом поле. В реальном диэлектрике имеются свободные ионы и электроны, которые под действием электрического поля приходят в движение и нагревают диэлектрик, т.е. возникает активный ток проводимости – $I_{\text{пр}}$. Кроме этого в диэлектрике происходит поворот дипольных молекул под действием поля и их ориентация вдоль силовых линий поля, т.е. есть ориентационный ток – $I_{\text{ор}}$. Поскольку существует сопротивление среды, препятствующее такой ориентации диполей, то часть энергии $I_{\text{ор}}$ идет на нагревание диэлектрика, т.е. является активной частью $I_{\text{А,ор}}$ ориентационного тока, другая же часть $I_{\text{Р,ор}}$ будет реактивной (она не приводит к нагреванию).

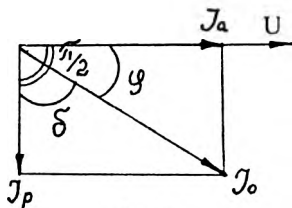


Рис.7

Следовательно, в диэлектрике есть как активный ток $I_A = I_{\text{пр}} + I_{\text{А,ор}}$ (созданный токами проводимости и активной частью ориентационного тока), так и реактивный ток $I_P = I_{\text{Р,ор}} + I_3$, где I_3 – ток, обусловленный электронной поляризацией. На векторной диаграмме активный ток совпадает по направлению с напряжением, а реактивный отстает на $\pi/2$. Общий ток I_0 равен векторной сумме I_A и I_P (рис.7). Угол между общим током I_0 и реактивным I_P называется углом диэлектрических потерь δ . Найдем тангенс угла диэлектрических потерь. Из рис.7

$\operatorname{tg} \delta = \frac{I_A}{I_P}$ - он характеризует долю энергии электрического поля, расходуемой в диэлектрике на нагревание.

Из треугольников запишем соотношения для эффективных значений $I_{A, \text{эф}}$ и $I_{P, \text{эф}}$ - активной и реактивной составляющих тока:

$$I_{A, \text{эф}} = I_{P, \text{эф}} \cdot \operatorname{tg} \delta; \quad I_{A, \text{эф}} = I_{0, \text{эф}} \cdot \cos \varphi; \quad I_{P, \text{эф}} \cdot \operatorname{tg} \delta = I_{0, \text{эф}} \cdot \cos \varphi;$$

$$P = U_{\text{эф}} \cdot I_{0, \text{эф}} \cdot \cos \varphi = U_{\text{эф}} \cdot I_{P, \text{эф}} \cdot \operatorname{tg} \delta; \quad I_{P, \text{эф}} = U_{\text{эф}} \cdot \omega c;$$

$$U_{\text{эф}} = E_{\text{эф}} \cdot l; \quad c = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{l}; \quad V = S \cdot l;$$

$$P = U_{\text{эф}}^2 \cdot c \cdot \omega \cdot \operatorname{tg} \delta = E_{\text{эф}}^2 \cdot l^2 \cdot \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{l} \cdot \omega \cdot \operatorname{tg} \delta = E_{\text{эф}}^2 \varepsilon \varepsilon_0 \cdot V \cdot \omega \cdot \operatorname{tg} \delta;$$

$$q = \frac{P}{V} = E_{\text{эф}}^2 \varepsilon \varepsilon_0 \cdot \omega \cdot \operatorname{tg} \delta.$$

Сопоставляя формулы для проводников и диэлектриков в поле УВЧ, можно отметить, что количество теплоты, выделяемое в обоих случаях, прямо пропорционально квадрату эффективной напряженности электрического поля, а для диэлектриков зависит от частоты поля. В аппаратах УВЧ используют частоту 40,58 МГц. В случае токов такой частоты диэлектрические ткани организма нагреваются сильнее проводящих.

При УВЧ-терапии нагрев костной, мышечной и жировой тканей происходит интенсивнее, чем нагрев кровеносных сосудов, лимфатических узлов. УВЧ-терапия оказывает ряд физико-химических воздействий: усиление активизации ферментов, изменение РН цитоплазмы.

5. Микроволновая терапия.

Физиотерапевтические методы, основанные на применении электромагнитных волн СВЧ-диапазона, получили название микроволновой терапии. Для этого вида высокочастотной терапии выделены волны 6,5 дм и $\nu=460$ МГц (дециметровая, или ДМВ-терапия) и 12,6 см и $\nu=2375$ МГц (сантиметровая, или СМВ-терапия). Электромагнитные колебания СВЧ создает магнетронный генератор (магнетрон-устройство, сочетающее в себе функции электронной лампы и колебательного контура). Электромагнитная волна направляется на соответствующий участок тела специальными излучателями, имеющими вид полых цилиндров. Цилиндр является волноводом, по оси которого распространяется ЭМ волна, выходящая из него наружу. Глубина проникновения электромагнитных волн определяется строением ткани. Сантиметровые волны проникают в организм на глубину 2-6 см, а дециметровые – на глубину 7-9 см. Механизм физиологического дей-

ствия микроволновой терапии, как и механизм любого другого метода, состоит из первичного и вторичного действий. Первичное действие – это непосредственное влияние микроволн на ткани, а вторичное – возникающее в ответ на первичное действие. Первичное действие имеет место непосредственно в облучаемом участке тела и состоит из теплового и нетеплового компонентов. В настоящее время наиболее разработана теория о тепловом действии СВЧ-полей на биологические объекты. Электромагнитная волна поляризует молекулы вещества и периодически меняет их ориентацию, так как они являются электрическими диполями. Она воздействует и на ионы биологических объектов и вызывает переменный ток проводимости. Таким образом, в веществе возникает как ток смещения, так и ток проводимости. Это вызывает нагревание вещества. Большую роль в нагревании вещества играют токи смещения, обусловленные переориентацией дипольных молекул воды. Поэтому наибольшее поглощение энергии происходит в тканях богатых водой – мышцы, кровь. Кости и жировые ткани нагреваются меньше. На границе раздела двух сред с разными коэффициентами поглощения электромагнитных волн, например, тканей с различным содержанием воды, могут возникать стоячие волны, создающие местный перегрев. Такие явления возникают в тканях с недостаточным кровоснабжением (хрусталик глаза, стекловидное тело).

Количество теплоты, выделяющееся в единицу времени в единице объема ткани определяется по формуле:

$$q = \epsilon \epsilon_0 E_{\Sigma\Phi}^2 \cdot \omega \cdot \operatorname{tg} \delta.$$

Нетепловое действие сводится к различным электрохимическим изменениям и структурным перестройкам в сложных биокolloидных системах (изменение осмотического давления в клетках, проницаемости биомембран, коллоидного состояния цитоплазмы). Эти изменения влияют на обменные процессы в клетках. Следует отметить, что это действие изучено меньше теплового.

Что касается вторичного механизма, то он сводится в основном к влиянию поглощенной энергии на рецепторы. Раздражение от рецепторов поступает через нервные каналы в центральную нервную систему. Таким образом, локальное облучение приводит к общему физиологическому эффекту.

ЛЕКЦИЯ № 15

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СТРОЕНИЯ И ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ БИОЛОГИЧЕСКИХ МЕМБРАН. ЯВЛЕНИЕ ПЕРЕНОСА.

1. Основные функции и строение биологических мембран.

Структурной единицей живого организма является клетка, выполняющая все основные жизненные функции. С помощью современных методов исследования структуры биологических объектов установлено, что важное значение в создании структуры клетки и ее функционирования имеют биологические мембраны. Мембраны, являясь универсальными структурами, выполняют многообразные и чрезвычайно важные для клетки функции: они окружают всю цитоплазму и ограничивают ее от окружающей среды, обеспечивают прочность и автономность клеток (механическая функция). Помимо мембраны, образующей наружный пограничный слой клетки, подобные мембранные структуры пронизывают цитоплазму и образуют оболочки всех клеточных органоидов: ядра, митохондрий, лизосом, аппарата Гольджи. Различного рода мембранные структуры в организмах животных и человека составляют колоссальную поверхность — десятки тысяч квадратных метров. Такая обширная структурная система указывает на ее важное функциональное значение. Мембраны регулируют обмен веществ клетки и служат ее осмотическим барьером (цитоплазматические мембраны), являются регулятором клеточного деления, играют большую роль в генерации и проведении потенциалов, в клеточном дыхании, являются местом локализации (служат основой, матрицей) для мембранных ферментов, макроэнергетических соединений, рецепторов и других встроенных в мембраны молекул, а также чувствительными приемниками и преобразователями световых, звуковых, механических и химических сигналов внешнего мира. Ряд жизненных процессов протекают на биологических мембранах. Многие болезни связаны с нарушением нормального функционирования мембран: канцерогенез, атеросклероз, отравление, вирусные и инфекционные заболевания, поражение организма УФ- и радиоактивным излучением. Поэтому лечение часто связано с воздействием на мембраны с целью нормализации их функций.

Несмотря на то, что мембраны имеют различный химический состав и осуществляют специфические функции в различных клетках, в общих чертах они обладают универсальным строением. Теория молекулярного строения клеточных мембран вначале базировалась на некоторых косвенных данных.

На основании анализа многочисленных исследований состава и свойств мембран Даниэлли и Давсон в 1935 году предложили модель строения биологической мембраны, которая, в основном, не претерпела существенных изменений до нашего времени. Согласно этой модели мембрана имеет структуру сэндвича – двойной липидный слой зажат между слоями белков (рис.1).

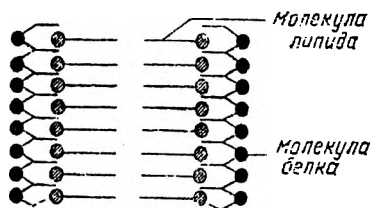


Рис.1

Липидные молекулы в слоях расположены перпендикулярно поверхности мембраны, гидрофильные концы молекул липидов направлены наружу, а гидрофобные – к центру мембраны. Наличие липидов в структуре биологических мембран подкрепляется результатами полученными при измерении электрических параметров клетки, которые свидетельствуют о высоком сопротивлении клеточной мембраны (порядка 1000 Ом/см^2), характерной для липидов, и значительной емкостью ($0,05 \text{ мкФ/м}^2$). Липиды связаны друг с другом гидрофобными взаимодействиями, а липиды и белки электростатическими силами. Белковые молекулы в форме глобул покрывают двойной слой фосфолипидов с обеих сторон, придавая ему тем самым определенную эластичность, устойчивость к механическим повреждениям, а так же низкое поверхностное натяжение ($0,1 \text{ дин/см}$). Полярные группы молекул белков направлены в сторону водной фазы, а неполярные – в сторону липидов.

В 1956 году модель была усовершенствована – введены в рассмотрение «поры» с тем, чтобы объяснить достаточно свободное проникновение через мембрану путем диффузии воды и таких гидрофильных соединений, как мочевины. Диаметр пор определяется косвенным путем по размерам водорастворимых молекул, которые еще способны проникать через мембрану внутрь клетки. С помощью этого и других методов было установлено, что диаметр пор составляет $0,35\text{--}0,8 \text{ нм}$. Поры могут иметь структуру длинного извитого канала. Количество пор в мембране не велико. В эритроцитах, например, вся площадь, приходящаяся на их долю, составляет примерно $0,06\%$ от общей поверхности мембраны. Поры изнутри выстланы слоем молекул белка. Полярные группы молекул белка направлены в сторону отверстия поры, а неполярные вступают во взаимодействие с молекулами липидов. Благодаря наличию полярных групп в порах, они обычно обладают электрическим зарядом, что оказывает большое влияние на процесс проникновения растворимых частиц через поры, в частности, ионов.

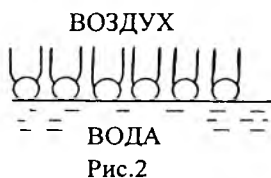
В дальнейшем было высказано множество гипотез о строении биологических мембран, но не одна не стала общепринятой.

В 1972 году Сингер и Николсон на основании результатов, полученных физическими и химическими методами исследования предложили модель, представляющую в настоящее время наиболее удовлетворительной - жидкостно-мозаичную, согласно которой фосфолипиды образуют двойной слой, но не обязательно непрерывный (двойной слой фосфолипидов, инкрустированный белками). Не вся поверхность биологической мембраны покрыта белками. Различают поверхностные (или периферические) и интегральные белки. За счет этих белков осуществляются важные функции мембраны: проницаемость, активный перенос через мембрану, генерация электрического потенциала. Липиды находятся в жидкой фазе. Белки включаются в слой липидов, но их полярные группы сохраняют контакт с водной фазой, есть белки, которые пронизывают мембрану насквозь, они формируют мембранные каналы, некоторые белки погружены в нее наполовину. Одни белки связаны друг с другом, другие в большей или меньшей степени окружены липидами (формально такое состояние можно сопоставить с гидротированными ионами). Распределение белков неравномерно. Согласно электронно-микроскопическим данным, концентрация их на внутренней поверхности выше, чем на наружной. Белки довольно подвижны, т.е. мембрана не является неподвижной структурой. Липиды и белки обмениваются местами, перемещаясь как вдоль ее плоскости, так и поперек - так называемый "флип-флоп". В состав мембран входят и другие химические соединения: холестерин, гликолипиды, гликопротеиды.

2. Липидные модельные мембраны.

Природная мембрана очень сложная система, поэтому пытаются создавать различные модели, воспроизводящие ее структуру и свойства.

Об организации молекул липидов в мембранах дают представления модели в виде искусственных мономолекулярных пленок (монослойная липидная мембрана - МЛМ). Техника получения искусственных плоских мембран была разработана Ленгмюром еще в 1917 году.



Если на поверхность воды нанести каплю растворенных в каком-либо летучем растворителе фосфолипидов, то после распределения их молекул по водной поверхности и испарения растворителя образуется мономолекулярная пленка (рис.2). При полном насыщении поверхностного слоя

адсорбированные молекулы липидов располагаются перпендикулярно к поверхности воды таким образом, что в воду погружается гидрофильная (полярная) головка, а неполярная углеводородная цепь направлена вертикально вверх. Такой ориентированный слой молекул называют "частоколом Леммюра". Толщина такой мономолекулярной пленки в случае стеариновой кислоты составляет 2,5 нм. Молекулы фосфолипидов в таком монослое располагаются так же плотно, как в одном из бислоев мембраны. Если стеклянную пластинку опустить в воду, на поверхности которой находится мономолекулярная пленка, то эту пленку можно перенести на поверхность пластинки. При повторных погружениях на пластинке возникают бимолекулярные пленки.

Вторая модель мембран - плоские бислойные липидные мембраны (БЛМ). Впервые такую мембрану создал П. Моллер со своими сотрудниками в 1962 году. Для этого на отверстие в тефлоновой пластинке наносили раствор фосфолипидов в гептане. Затем пластинку помещали в раствор хлорида калия. По мере диффузии растворителя из капли в водную фазу отверстие оказывалось закрытым бислойной фосфолипидной мембраной, толщиной 5-7 нм и диаметром немного более 1 мм. Такая мембрана может длительно существовать в водном растворе солей. Модели мембран такого рода сыграли большую роль в выяснении механизма действия веществ - ионофоров (например, антибиотиков типа валиномицина), а также ряда других соединений модифицирующих проницаемость мембраны, в том числе, лекарственных препаратов, токсинов и т.д. На подобных моделях исследователи изучали электропроводность, транспорт через них ионов, их проницаемость для различных веществ, а также механические и оптические свойства.

Третьей модельной системой, которая широко используется в настоящее время, является липосомы. **Липосомы** - это фосфолипидные пузырьки (везикулы). Они могут быть получены путем встряхивания сухих фосфолипидов в водно-солевом буфере. Суспензия липосом - очень удобный объект для изучения структуры липидов бислоя (рис.3), т.к. строение этого слоя в липосомах близко к строению в биологических мембранах, мембранах митохондрий, эндоплазматического ретикулаума, эритроцитов и др. клеток.

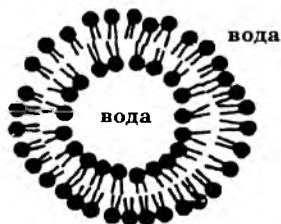


Рис.3

Липосомы нашли применение в медицине. Например, можно включить внутрь липосомы лекарственный препарат и использовать ее как фосфолипидную микрокапсулу для

доставки лекарства в определенные орган и ткани. Липосомы не токсичны (при правильном подборе липидов) и полностью усваиваются организмом.

Основная ценность метода искусственных мембран заключается в том, что он позволяет изучить сложные биофизические процессы в мембранах, поскольку исследования проводятся на сравнительно простых системах. Он позволяет на искусственных мембранах исследовать процессы самоорганизации биологических структур, которые пока еще не полностью изучены.

3. Некоторые физические свойства мембран и методы их исследования.

Основу биологической мембраны составляет двойной слой молекул фосфолипидов. Липидный компонент мембран определяет их следующие свойства: механические, оптические, электрические (R , C), осмотические (непроницаемость для ионов и проницаемость для воды). В мембране содержатся разные фосфолипиды. Например, в мембране эритроцитов их около 20.

С электрической точки зрения мембрана представляет собой диэлектрик с относительной диэлектрической проницаемостью от 2 до 6. Экспериментально показано, что между двумя сторонами мембраны существует разность потенциалов 50-80 мВ. Учитывая толщину мембраны эта разность потенциалов приводит к возникновению очень высокой напряженности порядка 10^4 - 10^5 В·см⁻¹.

Липиды составляют 20-30% сухого веса мембраны, при этом считается, что на одну молекулу белка приходится приблизительно 75-90 молекул липидов. Белки, входящие в состав мембран, весьма разнообразны.

Молекула фосфолипидов состоит из двух функционально различных частей. неполярный гидрофобный "хвост" (остатки жирных кислот) - длинная прямая углеводородная цепь (CH_2 ; CH_3), к которой не могут присоединяться молекулы воды. Эта углеводородная цепь присоединяется к более сложной структуре ("головке"), содержащей атомы углерода, водорода, кислорода, фосфора, азота. Эта фосфорсодержащая часть молекулы является электрически полярной и притягивает к себе молекулы воды, которые также являются полярными. Таким образом, один конец фосфолипидной молекулы обладает гидрофильными, а второй - гидрофобными свойствами. В головке фосфолипида имеются разноименно заряженные группы, расположенные на некотором расстоянии друг от друга, т.е. представляющие собой диполь.

Биологические мембраны, толщина которых примерно равна 7-8 нм, представляют собой как бы два монослоя на поверхности раздела: вода-липид. Силой, сжимающей монослой в мембране, оказывается поверхностное натяжение на границе вода-липидная фаза. Это поверхностное натяжение имеет величину 0,03-1 мН/м и приводит к сжатию бислоя. Вязкость липидного слоя мембран на два порядка выше вязкости воды и равна 30-100 мПа·с (сравнима с вязкостью подсолнечного масла). Многие болезни связаны с отклонением микровязкости липидной фазы от нормы. Например, канцерогенез связан со снижением ее, а при старении организма вязкость увеличивается.

Изменение состояния липидной молекулы, связанное с изменением температуры, химической модификацией жирнокислотного "хвоста" или же с изменением заряда головки, сопровождается изменением площади, занимаемой молекулами, к такому же результату приводит – взаимодействие мембран с лекарственными препаратами, например, с анестетиками.

В биологических мембранах липиды находятся преимущественно в жидкокристаллическом состоянии. При изменении поверхностного натяжения жидкости на границе мембрана - окружающий раствор, поверхностного заряда или температуры в липидной фазе мембран могут происходить локальные или генерализованные фазовые переходы из жидкокристаллического в гель-состояние, которое условно иногда называют твердокристаллическим. Переходы обусловлены сложными физическими свойствами фосфолипидов, которые принадлежат к соединениям с длинными углеводородными цепочками. Они способны образовывать несколько кристаллических форм. Жидкокристаллическое состояние бислоя имеет меньшую вязкость, меньшую упорядоченность молекул, большую ионную проводимость, большую растворимость веществ, чем твердое состояние. Толщина жидкокристаллического бислоя меньше, чем твердокристаллического. Конформация (структура) молекул в жидком и твердом состоянии различна, в чем можно убедиться при рентгеноструктурном анализе. В жидкой фазе молекулы фосфолипидов могут образовывать полости ("кинки"), в которые способны внедряться молекулы диффундирующего вещества и которые способны перемещаться.

Для исследования некоторых физических свойств биологических мембран используется метод флюоресцентного анализа (с использованием флюоресцентных зондов и меток). В нормальном состоянии мембрана не флюоресцирует. Чтобы произвести исследования, необходимо вводить в мембрану молекулы или молекулярные группы, способные к флюоресценции (ДМХ-диметиламинохалкон; АНС-анилин-нафталин-сульфонат и др.). Флюоресцентный анализ дает возможность исследовать подвижность фосфолипидных молекул в

мембране, оценить вязкость липидной фазы (микровязкость мембран), по смещению флюоресценции в более короткую область спектра при увеличении вязкости.

Микровязкость можно оценить по степени поляризации P флюоресцентного излучения при освещении мембраны поляризованным светом: $P = \frac{J_{\text{пол.}}}{J_{\text{сумм.}}} < 1$, где $J_{\text{пол.}}$ – интенсивность поляризованного света; $J_{\text{сумм.}}$ – суммарная интенсивность флюоресценции.

Излучение флюоресценции оказывается лишь частично поляризованным (мембрана освещается полностью поляризованным светом). Чем больше подвижность молекулы (флюоресцирующей), тем меньше вязкость, тем меньше степень поляризации.

Наиболее полное представление об агрегатном состоянии липидных бислоев дают методы радиоспектроскопии – электронный парамагнитный резонанс (ЭПР) с использованием метода спиновых зондов и ядерный магнитный резонанс (ЯМР).

ЭПР – это явление резкого возрастания поглощения энергии электромагнитного излучения (микроволновый диапазон) системой парамагнитных частиц (обладают не спаренными электронами и не скомпенсированным магнитным моментом), помещенных в постоянное магнитное поле, при резонансной частоте волны $\nu_{\text{рез.}}$. Спектром ЭПР называют зависимость

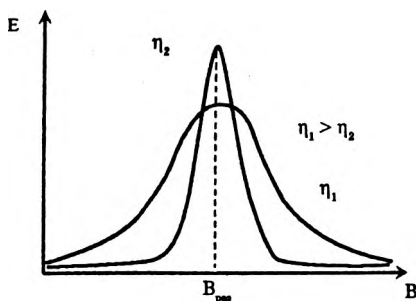


Рис.4

энергии (E) поглощения электромагнитной волны от величины магнитной индукции B (рис. 4). При помощи ЭПР можно изучать лишь объекты, обладающие не спаренными электронами (свободные радикалы). Поэтому в изучаемую систему, производя соответствующий химический синтез, вводят спиновые метки – (спин-зонды) – соединения представляющие собой различные нитроксильные

радикалы (NO), которые можно присоединить к любому атому углерода углеводородной цепочки молекулы липида.

Применение ЭПР основано на том, что форма кривой поглощения зависит от свойств окружения свободного радикала и в первую очередь от микровязкости среды (рис.4). В жидкокристаллической фа-

зе жирнокислотные цепи фосфолипидов обладают значительной подвижностью, чем в твердой фазе.

Этим методом было отмечено снижение подвижности при увеличении содержания холестерина, при перекисном окислении липидов, действии ряда лекарственных веществ. Увеличение подвижности отмечено при тиреотоксикозах и ряде других патологий. Но при этом методе изучается химически измененная молекула фосфолипидов.

Изучение подвижности различных участков немодифицированных молекул фосфолипидов позволяет осуществить метод ядерного магнитного резонанса (ЯМР). Ядерный магнитный резонанс – это явление резкого возрастания поглощения энергии электромагнитной волны системой атомных парамагнитных ядер, помещенных в постоянное магнитное поле, при резонансной частоте волн $\nu_{\text{рез}}$. В биологическом объекте содержится много парамагнитных ядер ^1H – протонов, что дает возможность применять их для исследования методом ЯМР. При ЯМР частота переменного электромагнитного поля меньше, чем при ЭПР.

4. Общее уравнение переноса. Диффузия. Уравнение Фика.

Важным элементом функционирования мембран является их способность пропускать или не пропускать молекулы (атомы) и ионы.

Проницаемость обусловлена целым рядом важных физических явлений и, в частности, переносом молекулами веществ (в процессе движения) своих физических характеристик: массы, энергии, импульса и т.д. Механизм переноса всех этих характеристик одинаков и все явления, связанные с их переносом, объединены общим названием

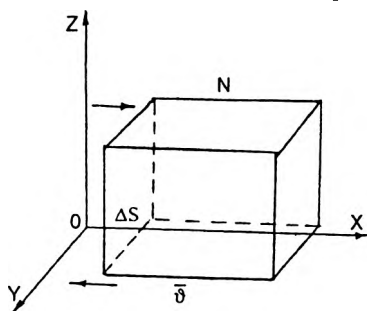


Рис.5

явления переноса. Исходя из представлений молекулярно-кинетической теории, выведем общее для явлений переноса уравнение переноса (на примере газа). С этой целью определим прежде всего количество молекул, переходящих за промежуток времени Δt через некоторую воображаемую площадку ΔS , помещенную в газе. Ось OX ориентирована перпендикулярно ΔS (рис.5). Через площадку проходит $1/3$ всех молекул, движущихся

вдоль OX ($1/6$ – слева направо; $1/6$ – справа налево). Слева направо за 1 секунду пройдет через ΔS $1/6$ всех молекул, находящихся в объеме

прямоугольного параллелепипеда с основанием ΔS и высотой, равной средней скорости движения молекул \bar{v} , т.е. $1/6 \Delta S \bar{v} n_0$, где n_0 - число молекул в единице объема. За время Δt пройдет:

$$N = \frac{1}{6} n_0 \Delta S \bar{v} \Delta t. \quad (1)$$

Эти молекулы переносят через площадку свои физические характеристики.

Рассмотрим общий механизм переноса, не конкретизируя, какую именно величину переносят молекулы и обозначим ее через ϕ . Тогда количество физической характеристики, перенесенное молекулами в одном направлении через площадку ΔS за Δt :

$$(N\phi) = \frac{1}{6} (n_0 \phi) \bar{v} \cdot \Delta S \cdot \Delta t. \quad (2)$$

Очевидно, что такое количество будет перенесено и в обратном направлении.

Предположим теперь, что рассматриваемый газ неоднороден по своим свойствам, т.е. у него различная концентрация в различных местах и сами молекулы имеют неодинаковое значение ϕ . Тогда количество физической величины, содержащейся в единице объема, также будет различно в разных местах. Пусть количество (ϕn_0) убывает в положительном направлении ОХ, будучи равным $(n_0 \phi)_1$ слева от площадки ΔS и $(n_0 \phi)_2$ - справа от нее (рис.6). В этом случае имеет место перенос физической величины $(N\phi)$ через площадку ΔS слева направо, он равен:

$$\begin{aligned} \Delta(N\phi) &= (N\phi)_1 - (N\phi)_2 = \frac{1}{6} [(n_0 \phi)_1 - (n_0 \phi)_2] \cdot \bar{v} \cdot \Delta S \cdot \Delta t = \\ &= \frac{1}{6} \Delta(n_0 \phi) \cdot \bar{v} \cdot \Delta S \cdot \Delta t. \end{aligned} \quad (3)$$

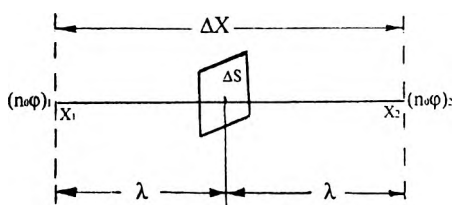


Рис.6

Теперь остаётся только выяснить, на каком расстоянии от ΔS следует взять значение $n_0 \phi$. Обмен значениями ϕ и изменение концентрации n_0 происходит только при взаимостолкновениях молекул, т.е. на расстоянии λ (длина свободного пробега). Можно полагать, что $n_0 \phi$ сохраняется неизменным на расстоянии λ слева и справа от площадки. На этих расстояниях будем брать зна-

чение ($n_0\phi$). Умножив и разделив на 2λ правую часть формулы (3), получим:

$$\Delta(N\phi) = \frac{1}{3} \frac{\Delta(n_0\phi)}{2\lambda} \lambda \bar{g} \cdot \Delta S \cdot \Delta t. \quad (4)$$

Величину $\frac{\Delta(n_0\phi)}{2\lambda} = \frac{\Delta(n_0\phi)}{\Delta x}$ - называют градиентом ($n_0\phi$), т.е.

$$\Delta(N\phi) = -\frac{1}{3} \lambda \bar{g} \frac{\Delta(n_0\phi)}{\Delta x} \Delta S \cdot \Delta t. \quad (5)$$

Знак минус обусловлен тем, что перенос физической величины происходит в направлении, противоположном градиенту ($\text{grad } \phi$ направлен справа налево, а перенос ϕ - слева направо).

Выражение (5) называют уравнением переноса. На его основании рассмотрим конкретное явление переноса - диффузию, имеющую важное значение для проницаемости веществ в живых системах. Пусть плотность газа убывает в направлении оси OX: ρ_1 и ρ_2 - плотности на расстоянии λ влево и направо от ΔS : $\rho_1 > \rho_2$ (рис. 7). Так как $\rho = n_0 m$, где m - масса молекулы, то $n_{01} > n_{02}$.

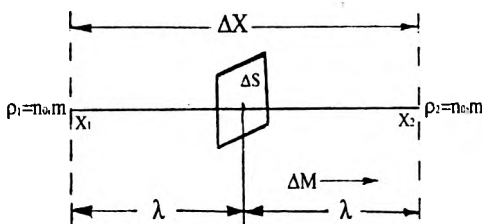


Рис. 7

Учитывая в уравнении (5), что переносимой величиной будет масса молекулы, т.е. $\phi = m$, получим: $n_0\phi = n_0m = \rho$; $\Delta(N\phi) = \Delta(Nm) = \Delta M$, где ΔM - масса газа, переносимая путем диффузии за время Δt через площадку ΔS , перпендикулярную направлению

убывания плотности. Тогда: $\Delta M = -\frac{1}{3} \lambda \bar{g} \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \Delta S \cdot \Delta t$. Обозначим

$\frac{1}{3} \lambda \bar{g} = D$ и запишем: $\Delta M = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t$, где D - коэффициент диффузии, размерность которого $[m^2/c]$. Откуда следует, что масса газа ΔM , переносимая благодаря диффузии через площадку ΔS , перпендикулярную оси OX, в направлении которой убывает плотность, пропорциональна площади этой площадки, промежутку времени Δt и градиенту плотности $\Delta \rho / \Delta x$ (уравнение диффузии, закон Фика).

Уравнение Фика может быть записано через плотность потока вещества: $\Phi = \frac{\Delta M}{\Delta t \Delta S}$, $\Phi = -D \frac{dc}{dx}$; где $\frac{dc}{dx}$ - градиент концентрации.

ЛЕКЦИЯ № 16

ТРАНСПОРТ ВЕЩЕСТВ ЧЕРЕЗ БИОЛОГИЧЕСКИЕ МЕМБРАНЫ.

1. Пассивный перенос молекул (атомов) через биологические мембраны. Разновидности пассивного переноса молекул и ионов через мембраны.

Важным элементом функционирования биологических мембран является их способность пропускать или не пропускать молекулы (атомы) и ионы. Перенос веществ в клетку и обратно в окружающую среду является сложным процессом и может осуществляться многими способами. В зависимости от того, чем представлен источник энергии для переноса веществ, что является движущей силой перемещения, все виды переноса можно разделить на пассивный и активный перенос (транспорт). Пассивный транспорт веществ осуществляется за счет энергии, сконцентрированной в каком-либо градиенте и не связан с затратой химической энергии, т.е. энергии гидролиза АТФ. Он происходит всегда по направлению градиента, т.е. от более высокого энергетического уровня к более низкому (например, от мест с большей концентрацией C_1 к местам с меньшей - C_2), т.е. может быть обусловлен различными градиентами, существующими в биологических системах.

Наиболее существенными явлениями пассивного переноса для биологических мембран являются: простая диффузия, облегченная диффузия и фильтрация:

а) рассмотрим в качестве примера простой диффузии поток незаряженных частиц через биологическую мембрану толщиной l . Преобразуем уравнение Фика $\Phi = -D \frac{dc}{dx}$ применительно к биологической мембране.

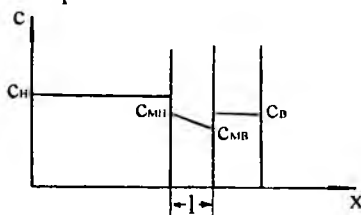


Рис.1

Если концентрация частиц слева от мембраны (внешняя) C_n выше, чем справа (внутренняя) C_b (см.рис.1), то внутри мембраны создается градиент концентрации. В уравнении Фика градиент концентрации можно считать постоянной величиной, тогда:

$$\Phi = -D \frac{(C_{нн} - C_{нв})}{l},$$

где $C_{мн}$ и $C_{мв}$ - концентрация вещества в мембранах у ее границ, определяемые концентрациями C_v и C_n в водной фазе и коэффициентом распределения K вещества между мембраной и окружающей водной фазой; l - толщина мембраны, $K = C_{мв}/C_v = C_{мн}/C_n$. Окончательно

$$\Phi = -\frac{Dk}{l}(C_n - C_v) = -P(C_n - C_v),$$

где $P = Dk/l$ - величина, называемая коэффициентом проницаемости.

Это уравнение известно под названием закона Фика для пассивного переноса веществ (диффузия) через мембрану (уравнение для плотности потока при диффузии через мембрану). В живой клетке такая диффузия обеспечивает прохождение кислорода и углекислого газа, а также ряда лекарственных веществ и ядов.

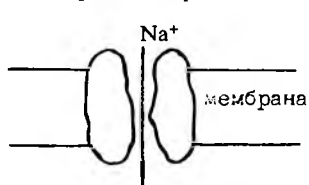


Рис.2

Диффузия может проходить через липидные и белковые поры или каналы, которые образуют в мембране проход (рис.2). Этот вид переноса допускает проникновение через мембрану не только малых молекул, например, молекул воды, но и более крупных ионов. Проницаемость при этом определяется разме-

рами молекул.

Диффузия через поры также описывается диффузным уравнением, однако, наличие пор увеличивает коэффициент проницаемости P . Каналы могут проявлять селективность или избирательность по отношению к разным ионам, это проявляется в различных проницаемостях для них.

б) Облегченная диффузия происходит при участии молекул-переносчиков. Было обнаружено, что скорость проникновения в клетку глюкозы, глицерина, аминокислот не имеет линейной зависимости от разности концентраций. При определенных концентрациях веществ скорость их проникновения намного больше, чем следует ожидать для простой диффузии. При увеличении разности концентрации скорость возрастает в меньшей степени, чем это следует из уравнения простой диффузии.

В данном случае наблюдается облегченная диффузия. Механизм

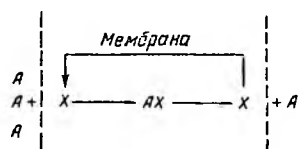


Рис.3

ее состоит в том, что данное вещество A самостоятельно плохо проникает через мембрану, но скорость диффузии значительно возрастает, если молекулы A образуют комплекс с молекулой X вспомогательного вещества (рис.3), которое, как полагают, растворяется в липидах мем-

бран. На поверхности мембраны молекула А образует с молекулой Х комплекс АХ, который диффундирует в клетку. У внутренней поверхности молекула А освобождается, а молекула Х диффундирует наружу и связывается с новыми молекулами А. Если концентрацию вещества в среде повысить до такой степени, чтобы все молекулы вещества Х будут использованы, то скорость диффузии при повышении концентрации вещества А возрастать не будет.

Наиболее известна способность молекулы валиномицина (антибиотик) переносить через модельные бислойные мембраны ионы калия. Молекула антибиотика захватывает ион K^+ , образуя растворимый в липидах комплекс, и проходит через мембрану. За способность переносить ионы через мембрану валиномицин и другие родственные ему соединения получили название ионофоров.

Облегченная диффузия может осуществляться и с помощью фиксированных переносчиков. Переносчики Х могут образовывать временную цепочку поперек мембраны

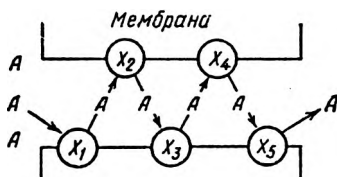


Рис.4

или выстлать изнутри пору, а молекула переносимого вещества А способна перемещаться от одного ее звена к другому (в варианте эстафетной передачи). При этом предполагается, что пространство в поре недостаточно велико для прохождения через нее частиц, если только они не

способны к специфическому взаимодействию с переносчиками.

Механизм участия вспомогательных веществ в диффузии подтверждается также наличием конкуренции между веществами при их проникновении в клетку, т.е. добавление дополнительного вещества В в среду, способного образовывать комплекс с веществом Х, уменьшает поступление в клетку вещества А. В настоящее время природа соединений, облегчающих диффузию, еще не установлена. Полагают, что это подвижные комплексы, растворимые в клеточных мембранах. Этим объясняется проникновение в клетку веществ, не растворимых в липидах и имеющих молекулы большие по размеру, чем диаметр клеточных пор.

в) Фильтрацией называется движение жидкости через поры в мембране под действием градиента гидростатического давления. Скорость переноса воды подчиняется закону Пуазейля, описывающего истечение жидкости из капилляра под давлением:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{P_1 - P_2}{\omega} = \frac{\pi r^4 (P_1 - P_2)}{8\eta l},$$

где dv/dt - объемная скорость переноса воды; r - радиус поры; (P_1-P_2) - разность давлений на концах поры. Это явление наблюдается при переносе воды через стенки кровеносных сосудов (капилляров). Явление фильтрации играет важную роль во многих физиологических процессах. Так, например, образование первичной мочи в почечных нефронах происходит в результате фильтрации плазмы крови под действием давления крови. При некоторых патологиях фильтрация усиливается, что приводит к отекам.

2. Перенос ионов через мембрану. Уравнение Нернста-Планка.

На биологической мембране существует разность потенциалов, следовательно, в мембране имеется электрическое поле, которое оказывает влияние на диффузию заряженных частиц - ионов и электронов. Между напряженностью поля и потенциалом существует известное соотношение: $E = -d\phi/dx$. Если заряд q иона равен $Z \cdot e$, то на него

будет действовать сила $f = Eq = -Z \cdot e \frac{d\phi}{dx}$, а сила, действующая на

один моль ионов, будет равна: $f_1 = -Z \cdot e \cdot N_A \frac{d\phi}{dx} = -ZF \frac{d\phi}{dx}$, где N_A - число Авогадро, $F = eN_A$ - число Фарадея. Скорость направленного движения ионов пропорциональна движущей силе:

$\vartheta = U_m f_1 = -U_m ZF \frac{d\phi}{dx}$, где U_m - подвижность ионов, выраженная для моля. Поток ионов, прошедших через площадку S за 1 секунду будет равен объему параллелепипеда (ϑS) на молярную концентрацию ионов C ($K \cdot \text{моль}/\text{м}^3$), а плотность потока: $\Phi = \vartheta C = -U_m ZFC \frac{d\phi}{dx}$.

В общем случае перенос ионов определяется двумя факторами: градиентом концентрации и действием электрического поля

$$\Phi = -D \frac{dc}{dx} - U_m ZFC \frac{d\phi}{dx}.$$

А.Энштейн доказал, что коэффициент диффузии пропорционален температуре $D = U_m RT$, тогда: $\Phi = -U_m RT \frac{dc}{dx} - U_m ZFC \frac{d\phi}{dx}$. (1)

(1) - уравнение Нернста-Планка.

Учитывая, что потенциал внутри мембраны изменяется линейно в зависимости от координаты x , т.е. $d\phi/dx$ - постоянная величина, поэтому вместо $d\phi/dx$ в уравнении Нернста-Планка можно записать $\frac{\Phi_m}{l}$, где Φ_m - мембранный потенциал, а l - толщина мембраны.

Отсюда:
$$\Phi = -RTU_m \frac{dc}{dx} - ZU_m F C \frac{\Phi_m}{l}.$$

В эту формулу вместо RTU_m подставим коэффициент диффузии ионов в мембране: $D=RTU_m$ и учтем, что выражение $\Phi_m ZF/RT = \psi$ - называют безразмерным потенциалом. получим уравнение Нернста-Планка в виде:

$$\Phi = -D \left(\frac{dc}{dx} + \frac{\psi c}{l} \right).$$

Путем ряда преобразований окончательно выражение для потока ионов можно представить:

$$\Phi = P\psi \frac{C_v - C_n e^{-\psi}}{e^{-\psi} - 1}. \quad (2)$$

Это уравнение устанавливает количественную связь между разностью концентраций ионов C_v и C_n , мембранным потенциалом (Φ_m или ψ), проницаемостью мембраны для ионов (P) и плотностью потока (Φ).

Было установлено, что направление потока через мембрану в большей степени зависит от уровня обмена веществ. При нарушении соотношений между процессами ассимиляции и диссимиляции высокомолекулярных соединений, входящих в состав цитоплазмы, направление потока веществ может изменяться на обратное. Так в молодых клетках происходит накопление ионов K^+ и фосфатов за счет включения последних в нуклиотиды. По мере же старения клеток, например, эритроцитов при хранении консервированной крови, в них происходит распад нуклиотидов. Фосфаты отщепляются и вместе с ионами калия переносятся во внеклеточную жидкость. Подобный выход ионов K^+ наблюдается при действии ядов на эритроциты, влияющих на обмен веществ. Выход фосфатов характерен для распада раковых клеток. При некоторых функциональных сдвигов, например, при мышечной работе, резко повышается проницаемость, создаются новые концентрационные градиенты таких веществ, как молочная, уксусная, фосфорсодержащая кислоты, что обуславливает их перенос из клеток в окружающую тканевую жидкость. При отмирании клеток возникает необратимое увеличение проницаемости и утрата ее избирательного характера.

3. Активный транспорт веществ. Молекулярная организация систем активного транспорта.

Перенос веществ из клетки в окружающую среду и из среды в клетку может осуществляться не только с помощью различных видов пассивного транспорта, вследствие которого градиенты клетки имеют тенденцию к уменьшению. Пассивный перенос всегда стремится выровнять неравномерность в распределении веществ между клеткой и средой.

Экспериментально установлено, что клеточное содержание значительно отличается по своему составу и концентрации от окружающей клетку среды. Неравномерно распределены ионы K^+ и Na^+ в клетке и окружающей среде (в эритроцитах, в мышечных, нервных волокнах K^+ в 30-50 раз больше, чем в плазме крови и лимфе). Ионов N^+ в цитоплазме клетки в 8-10 раз меньше, а ионов Cl^- в 50 раз меньше, чем во внеклеточной жидкости. Такие различия обусловлены не только диффузией под влиянием различных градиентов, но и другими факторами.

Наряду с пассивным транспортом в мембранах клетки происходит перенос молекул и ионов в сторону большего электрохимического потенциала (молекулы переносятся в область большей их концентрации, а ионы - против силы, действующей на них со стороны электрического поля).

При противогрاديентном переносе клетка должна совершать определенную работу и затрачивать на это свободную энергию. Такой перенос веществ называется активным переносом, он совершается с затратой энергии метаболических процессов, поэтому может приводить к аномальным величинам распределения. Подсчитано, что примерно 10% всей энергии, вырабатываемой эритроцитами, идет на поддержание неравномерного распределения катионов. Явление активного переноса к настоящему времени обнаружено у большинства клеток и тканей.

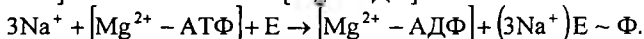
Большинство ученых придерживаются мнения, что в клетках имеются насосы, работающие за счет свободной энергии гидролиза АТФ, осуществляемого особыми ферментами-переносчиками - транспортными АТФ-азами (аденозинтрифосфатаза). Известны три основные системы активного транспорта ионов в живой клетке, обеспечивающие перенос ионов Na^+ и K^+ ; Ca^{++} и H^+ через биологические мембраны.

Большое количество работ посвящено исследованию активного переноса ионов калия и натрия через клеточные мембраны. Это объясняется их большой ролью в таких важных явлениях, как генерирование биоэлектрических потенциалов и проведение возбуждения. По мнению ряда ученых в мембране существует механизм, названный сопряженным «натрий-калиевым насосом», который обеспечивает наличие двух встречных потоков этих ионов во время физиологического покоя клетки, т.е. в мембранах имеется один общий переносчик ионов калия и натрия. Три иона Na^+ , перенесенные из клетки, отщепляются у ее наружной поверхности и к переносчику присоединяются ионы калия, которые переносятся на внутреннюю поверхность мембраны.

Из всех АТФ-аз, имеющих в клетке, решающее значение для транспорта ионов K^+ и Na^+ имеет АТФ-аза, активируемая этими же ионами (Na^+-K^+ -АТФ-аза) и еще ионами магния.

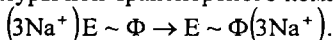
Рассмотрим основные этапы (по Владимирову Ю.А.) сопряженного с гидролизом АТФ переноса ионов K^+ и Na^+ через биологические мембраны. Процесс переноса ионов K^+ и Na^+ протекает в несколько стадий:

1. Первый этап работы K^+-Na^+ -АТФ-азы – связывание на внутренней поверхности мембраны субстратов: трех ионов $3Na^+$ и АТФ в комплексе с Mg^{2+} . На этом этапе, активируемом ионами Na^+ , происходит фосфорилирование фермента внутри клетки, а от комплекса $[Mg^{2+}-АТФ]$ остается комплекс $[Mg^{2+}-АДФ]$:

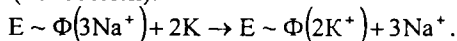


Ионы натрия присоединяются к определенному центру связывания на поверхности фермента.

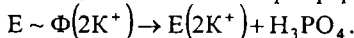
2. Перенос центра связывания на внешнюю поверхность мембраны (транслокация №1). Такой перенос сопровождается изменением пространственной структуры ион-транспортного комплекса:



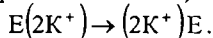
3. Отсоединение у внешней поверхности $3Na^+$ и замена их $2K^+$ из внешней среды (ионообмен):



4. Далее происходит отщепление остатка фосфорной кислоты:



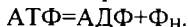
5. Перенос ионов центра связывания с ионами калия на внутреннюю поверхность мембраны (транслокация №2):



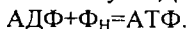
6. Отщепление $2K^+$ и присоединение $3Na^+$ и фосфорилирование фермента:



Калий-натриевый насос работает за счет энергии гидролиза АТФ с образованием молекул АДФ и неорганического фосфата:



Работа насоса обратима. Градиент концентраций ионов способствует синтезу молекул АТФ из молекул АДФ и фосфата Φ_H :



Экспериментально было доказано, что для ряда тканей при расходовании одного иона АТФ переносится 3-4 грамм-эквивалента ионов натрия.

До настоящего времени не удалось выяснить один из важнейших вопросов при работе калий-натриевого насоса: чем объяснить, что на

внутренней поверхности мембраны переносчик обладает сродством к натрию, а на внешней – к калию.

Перенос $2K^+$ внутрь клетки и выброс $3Na^+$ наружу приводит, в итоге, к переносу одного положительного заряда из цитоплазмы в окружающую среду.

Это способствует появлению мембранного потенциала (со знаком «минус» внутри клетки). Таким образом, Na^+-K^+ - насос является электрогенным.

Величина работы, которую необходимо совершить для переноса ионов при функционировании переносчика зависит как от градиентов концентрации K^+ и Na^+ , так и от мембранного потенциала ϕ_m :

$$\Delta G = 2RT \ln \frac{[K^+]_в}{[K^+]_н} + 3RT \ln \frac{[Na^+]_н}{[Na^+]_в} + ZF\phi_m,$$

где $Z=1$, так как в цикле работы Na^+-K^+-ATP -азы переносится один положительный заряд в область более высокой концентрации; $[K^+]_в$ и $[Na^+]_в$ – концентрация ионов во внутренней среде; $[K^+]_н$ и $[Na^+]_н$ – концентрация ионов снаружи; F – число Фарадея; T – абсолютная температура клетки; R – универсальная газовая постоянная.

Как показывают расчеты, в нервном волокне кальмаре эта энергия составляет 41,2 кДж/моль. Примерно такую же работу совершает в каждом цикле Na^+-K^+-ATP -азы в сарколемме (цитомембране) мышечных клеток и в эритроцитах.

До настоящего времени не было обнаружено явлений активного переноса анионов, в связи с чем считают, что их распределение между клеткой и средой происходит пассивно.

Следует отметить, что кроме активного переноса ионов существует активный перенос органических веществ в частности сахаров, аминокислот, нуклеотидов, изученный еще не достаточно. Установлено, что перенос аминокислот и сахаров в тонком кишечнике, в проксимальном канальце нефронов почки сопряжен с транспортом ионов Na^+ и это сопряжение осуществляется непосредственно на переносчике. Как и при активном транспорте ионов, при активном транспорте органических веществ перенос осуществляется против градиентов концентрации и требует затраты энергии метаболических процессов клетки. В результате активного транспорта органических веществ наблюдается их неравномерное распределение между цитоплазмой и внешней средой.

Ряд ученых предполагают, что в переносе ионов калия и натрия участвуют и липиды. Это заключение сделано на основании того, что при переносе ионов Na^+ и K^+ происходит их химическое изменение. Превращение фосфолипидов в мембранах играет роль пускового механизма в процессе переноса Na^+ через мембрану.

ЛЕКЦИЯ №17

БИОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОТЕНЦИАЛЫ.

1. Мембранные потенциалы и их ионная природа.

Все процессы жизнедеятельности организма сопровождаются появлением в клетках и тканях электрических потенциалов, которые получили название биоэлектрических. Это явление лежит в основе возбудимости клетки, регуляции внутриклеточных процессов, работы нервной системы, регуляции мышечного сокращения. При этом имеется в виду разность потенциалов между двумя точками живой системы. Такие разности имеют место между содержимым живой клетки и окружающей её средой, между возбуждённым и невозбуждённым участками одной и той же клетки, между участками одного и того же органа, находящимися в различных физиологических состояниях. Благодаря непосредственной связи биопотенциалов с метаболическими процессами и физиологическим состоянием клетки, они являются весьма чувствительными и точно измеряемыми показателями различных изменений в клетках в норме и патологии. Нарушение электрических процессов в клетках и тканях приводит к ряду серьёзных патологий или сопутствует заболеваниям. Исследование электрических потенциалов головного мозга, сердца, мышц, глаза и других органов даёт возможность установить не только расстройства в деятельности этих органов, но и в значительной мере выявить причину этих расстройств. Эти исследования лежат в основе диагностических методов: энцефалографии, электрокардиографии, электромиографии, электроретинографии.

Причина наличия разности потенциалов в живых системах кроется в существовании определённых физико-химических градиентов между отдельными тканями, между клеточным содержимым и окружающей клетку жидкость.

Различают окислительно-восстановительные потенциалы, возникающие вследствие переноса электронов от одной молекулы к другой. Существуют и мембранные потенциалы, которые возникают вследствие градиента концентрации ионов и переноса их через мембрану, причём один из растворов содержит ионы, или плохо пропускаемые мембраной, или совсем ей не пропускаемые. Биопотенциалы, регистрируемые в организме, – это, в основном, мембранные. Они доступны для измерения и используются в диагностических целях. Мембранный потенциал обусловлен диффузией, однако, диффузией не в свободном пространстве, а через мембрану, когда различия в подвижности анионов и катионов могут значительно увеличиваться. Мембранным по-

тенциалом называется разность потенциалов между внутренней (цитоплазматической) и наружной поверхностью мембраны:

$$\Phi_m = \Phi_{\text{вн}} - \Phi_{\text{нар}}. \quad (1)$$

Рассмотрим пример возникновения потенциала на мембране (полупроницаемой). Если сосуд, изображённый на рис.1, разделить мембраной, не пропускающей органические соединения,

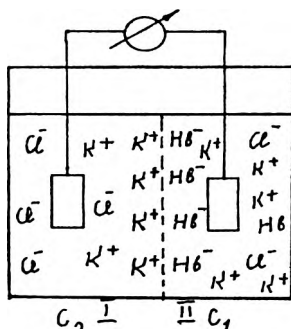


Рис.1

и оба отсека заполнить раствором KCl, а затем в отсек 2 добавить калиевую соль гемоглобина (КНб). Ионы калия будут переходить из правой половины сосуда в левую, вследствие разности их концентрации ($C_1 > C_2$). Отрицательные ионы Hb^- концентрируются на правой стороне мембраны и удерживают положительные ионы калия слева. Мембрана поляризуется, на ней возникает мембранный потенциал, определяемый на основании сле-

дующего уравнения:

$$\Phi_m = \frac{RT}{ZF} \ln \frac{C_1}{C_2}, \quad (2)$$

где C_1 – концентрация ионов в области, откуда идёт диффузия; C_2 – концентрация ионов в области, куда идёт диффузия; T – абсолютная температура; F – число Фарадея (96500 Кл/моль); Z – заряд иона (в единицах элементарного заряда); R – универсальная газовая постоянная (8,3 Дж/Кл · моль). Как следует из уравнения, мембранный потенциал зависит от температуры и от величины концентрационного градиента диффундирующих через мембрану ионов (остальные величины постоянные).

Нечто сходное с указанным примером имеет место в живой клетке, в которой концентрация ионов калия больше, чем в окружающей межклеточной жидкости.

Мембранная теория биопотенциалов хорошо теоретически разработана и подтверждена блестящими экспериментами. Она была выдвинута ещё в 1902 г. Бернштейном. Однако только в 50-х годах эта теория была по настоящему развита и экспериментально обоснована Ходжкиным, которому принадлежат основные идеи и теории о роли ионных градиентов в возникновении потенциалов и о механизме распределения ионов между клеткой и средой.

2. Потенциал покоя.

Потенциал покоя – это стационарная разность электрических потенциалов, регистрируемых между наружной и внутренней поверхностями мембраны в невозбужденном состоянии.

Потенциал покоя определяется разной концентрацией ионов по разным сторонам мембраны и диффузией ионов через мембрану.

В покоей, нормально функционирующей клетке всегда имеется разность потенциалов между цитоплазмой и окружающей средой. Еще в 1838 г. Маттеучи впервые установил, что наружная поверхность мышц заряжена положительно, а внутренняя – отрицательно. Эта разность потенциалов, свойственная состоянию покоя, и получила название потенциала покоя или мембранного потенциала. Определенное время считали, что потенциал покоя возникает вследствие повреждения клетки или ткани между поврежденным и неповрежденным участками. Поврежденный участок приобретал стойкий отрицательный заряд по отношению к неповрежденному. Однако было обнаружено, что разность потенциалов может возникать и у неповрежденных клеток. Экспериментально величина потенциала покоя была измерена

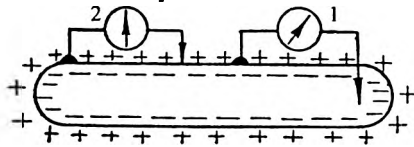


Рис.2

с помощью микроэлектродов, один из которых вводился внутрь клетки (рис.2), а второй помещался во внеклеточную жидкость (1). Если оба электрода поместить во внеклеточную жидкость, то прибор не

зафиксирует разность потенциалов (2).

Согласно современным взглядам, причиной возникновения потенциала клеток в покое является неравномерное распределение ионов калия между содержимым клетки и окружающей средой. Концентрация ионов калия в клетках в 20-40 раз превышает их содержание в окружающей среде. Эта точка зрения базируется на том, что ионы калия внутри клетки находятся в свободном состоянии и могут легко диффундировать.

Исследования Ходжкина и Кейнеса (1953г.), выполненные с радиоактивным ^{42}K на гигантских аксонах кальмара, показали, что подвижность и коэффициент диффузии ионов ^{42}K внутри волокна почти такие же, как в водном растворе.

Избыток положительных зарядов ионов калия внутри клеток компенсируется в основном органическими анионами, содержание которых в клетках сравнительно небольшое. К ним относятся анионы аспарагиновой, уксусной, пировиноградной и других органических кислот. Согласно Ходжкина, Хаксли, Катца клеточная мембрана про-

нищаем в состоянии покоя только для ионов калия. Ионы калия диффундируют по градиенту концентрации через клеточную мембрану в окружающую жидкость: анионы не могут проникать через клеточную мембрану и остаются на ее внутренней стороне. Внешняя поверхность мембраны при этом заряжается положительно, а внутренняя отрицательно. Если принять, что потенциал покоя определяется диффузией только ионов калия из цитоплазмы наружу, то его величина Φ_M может быть найдена из уравнения Нернста для равновесного мембранного потенциала:

$$\Phi_M = \frac{-RT}{F} \ln \frac{[K^+]_{\text{вн}}}{[K^+]_{\text{нар}}} \quad (3)$$

Разность потенциалов между внутренней и внешней поверхностью мембраны различных клеток, рассчитанная по уравнению Нернста, оказалось очень близкой к измеренной в эксперименте с помощью внутриклеточных микроэлектродов.

Кроме того, калиевый механизм возникновения потенциала покоя убедительно подтверждают эксперименты с изменением концентрации калия в окружающей клетку среде. При изменении наружной концентрации калия в широких пределах наблюдалось закономерное изменение величины потенциалов покоя в соответствии с зависимостью, выраженной уравнением Нернста. В частности, когда концентрацию калия в окружающей клетку среде делали равной концентрации его в клетке, потенциал покоя становился равным нулю.

При измерении потенциала покоя выяснилось, что в одних случаях его измеренное значение соответствует значению, теоретически вычисленному по уравнению Нернста, в других случаях между измеренной и вычисленной величинами имеются значительные различия. Это объясняется тем, что на величину потенциала покоя, наряду с ионами K^+ , оказывают влияние другие ионы, проникающие через мембрану, и показывает, что «калиевая теория» потенциала покоя несовершенна и не полностью объясняет наблюдаемые факты.

Для количественного описания в условиях проницаемости мембран для нескольких ионов Ходжкин и Катц использовали представление о том, что потенциал покоя не равновесный, а стационарный по своей природе, т.е. он отражает состояние системы, когда через мембрану непрерывно идут встречные потоки K^+ , Na^+ , Cl^- . Суммарная плотность потока равна сумме плотности положительно заряженных ионов (одновалентных катионов) минус сумма плотности потоков одновалентных анионов:

$$\Phi = \Phi_{K^+} + \Phi_{Na^+} - \Phi_{Cl^-}$$

Перед Φ_{Cl^-} — стоит знак минус, учитывающий отрицательный заряд иона хлора.

В стационарном состоянии суммарная плотность потока равна нулю ($\Phi=0$), т.е. число различных ионов, проходящих в единицу вре-

мени через мембрану внутрь клетки, равна числу выходящих из клетки через мембрану ионов.

Выразив плотности потоков положительных и отрицательных ионов, просуммируем их и приравняем к нулю, получим:

$$P_{Na^+} \cdot \psi \frac{[Na^+]_{ВН} - e^{-\psi} [Na^+]_{НАР}}{e^{-\psi} - 1} + P_{K^+} \cdot \psi \frac{[K^+]_{ВН} - e^{-\psi} [K^+]_{НАР}}{e^{-\psi} - 1} + P_{Cl^-} \cdot \psi \frac{[Cl^-]_{НАР} - e^{-\psi} [Cl^-]_{ВН}}{e^{-\psi} - 1} = 0$$

Третий член этого выражения соответствует плотности потока отрицательно заряженных ионов Cl^- .

После ряда преобразований можно получить выражение для потенциала покоя на мембране для 3-х ионов:

$$\phi_M = -\frac{RT}{F} \ln \frac{P_K [K^+]_{ВН} + P_{Na} [Na^+]_{ВН} + P_{Cl^-} [Cl^-]_{НАР}}{P_K [K^+]_{НАР} + P_{Na} [Na^+]_{НАР} + P_{Cl^-} [Cl^-]_{ВН}}.$$

Это уравнение называется уравнением стационарного потенциала Гольдмана-Ходжкина-Катца или проще – уравнением Гольдмана. Последнее переходит в уравнение Нернста, если проницаемость одного из ионов гораздо выше, чем для других. Например, в гигантской аксоне кальмара $P_K:P_{Na}:P_{Cl^-}=1:0,04:0,45$, т.е. P_K заметно выше, чем для других ионов, поэтому числитель и знаменатель в уравнении примерно равны соответственно $P_K \cdot [K^+]_{ВН}$ и $P_K \cdot [K^+]_{НАР}$, благодаря чему уравнение превращается в уравнение Нернста для K^+ , т.е. уравнение Нернста является частным случаем уравнения Гольдмана. Рассчитанный по уравнению Гольдмана потенциал гигантского аксона кальмара совпадает с найденным в эксперименте.

3. Потенциал действия.

Потенциал действия – это электрический импульс, обусловленный изменением ионной проводимости мембраны в связи с распространением по нервам и мышцам волны возбуждения.

Опыты по исследованию потенциала действия проведены (в основном Хаджкиным и его сотрудниками) на гигантских аксонах кальмара методом микроэлектродов, а так же методом меченых атомов.

Клетки различных тканей при действии различных раздражителей (механических, тепловых, электрических) способны переходить в состояние возбуждения. Возбуждаемость – это способность клеток к быстрому ответу на раздражение, проявляющемуся в совокупности физических, физико-химических процессов и функциональных изменений.

Обязательным признаком возбуждения является изменение электрического состояния клеточной мембраны. Опыт показывает, что возбужденный участок клетки становится электроотрицательным по отношению к невозбужденному, что показывает на перераспределение ионов в возбужденном участке. Это перераспределение ионов носит временный характер и после окончания возбуждения вновь восстанавливается потенциал покоя.

Характерной особенностью возникновения потенциала действия является необходимость сверхпорогового возбуждения. Возникновение возбуждения в живых системах сопровождается изменениями проникающей способности их клеточных мембран. В момент возбуждения резко меняется сопротивление мембраны, например у аксона кальмара от $0,1 \text{ Ом} \cdot \text{м}^2$ в покое до $0,0025 \text{ Ом} \cdot \text{м}^2$ при возбуждении.

Было показано, что возникновение потенциала действия связано с увеличением проницаемости мембран для ионов натрия и последующим усилением диффузии этих ионов по концентрационному градиенту внутрь клетки, что приводит к изменению (уменьшению) мембранного потенциала или деполяризации мембраны.

Уменьшение мембранного потенциала ниже критического уровня приводит к еще большему увеличению проницаемости мембраны для натрия, а увеличение проницаемости сопровождается усилением диффузии Na^+ в цитоплазму, что вызывает еще большую деполяризацию мембраны. По данным Ходжкина отношение коэффициента проницаемости мембраны аксона кальмара для фазы деполяризации мембраны: $R_K : R_{\text{Na}} : R_{\text{Cl}} = 1 : 20 : 0,45$. Если сравнивать его с аналогичным соотношением в состоянии ионов: $R_K : R_{\text{Na}} : R_{\text{Cl}} = 1 : 0,04 : 0,45$, то видно, что для K^+ и Cl^- в первой фазе возбуждения проницаемость не изменяется, а для Na^+ она увеличивается в 500 раз. Усиленный поток положительно заряженных ионов Na^+ внутрь клетки вызывает вначале исчезновение избыточного отрицательного заряда на внутренней поверхности мембраны (фаза деполяризации), а затем приводит к перезарядке мембраны, т.е. наружная поверхность мембраны на участке возбуждения становится отрицательной по отношению к невозбужденному. Эта фаза развития потенциала действия называется фазой реверсии.

Поступление ионов натрия в клетку продолжается до тех пор, пока внутренняя поверхность мембраны не приобретет положительный заряд, достаточный для уравнивания градиента концентрации Na^+ и прекращения его перехода внутрь клетки.

Повышенная проницаемость мембраны для ионов натрия продолжается очень короткий интервал времени (0,5-1мс). Затем усиливается поток ионов K^+ из клетки, что приводит к восстановлению потенциала покоя на мембране, т.е. ее наружная поверхность за счет

вышедших наружу ионов K^+ опять приобретает положительный заряд, а внутренняя – отрицательный.

Эта фаза, в течение которой поляризация мембраны возвращается на исходный уровень, называется фазой реполяризации.

Фаза реполяризации всегда продолжительнее фазы деполяризации. Таким образом, восстановление потенциала покоя происходит не в результате обратного перемещения ионов Na^+ , а вследствие выхода эквивалентного количества ионов K^+ . В период покоя нормальное состояние концентраций восстанавливается, что обуславливается работой калий-натриевого насоса, который обеспечивает активный перенос этих ионов.

Потенциалы действия представляют собой кратковременные быстро изменяющиеся потенциалы. Длительность потенциала действия в нервных волокнах составляет 1 мс, в сердечной мышце около 300 мс. Величина потенциала действия нерва равна 100–110 мВ, для скелетной мышцы – 120 мВ. Изменение потенциала на мембране можно представить графически на примере гигантского аксона кальмара (рис.3).

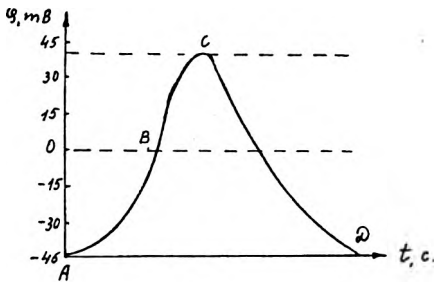


Рис.3

Так в аксоне кальмара потенциал покоя равен – 45мВ и внутренняя поверхность мембраны электроотрицательная. При возбуждении потенциал внутренней поверхности мембраны становится равным +40мВ и происходит инверсия знака потенциала. Следовательно, полное значение потенциала действия составляет 85мВ, что значительно

превышает потенциал покоя.

На рис.3: АВ – фаза деполяризации; ВС – фаза реверсии; СД – фаза реполяризации.

Таким образом, на основе обобщения большого экспериментального материала было установлено, что потенциал действия возникает в результате избыточной по сравнению с покоем диффузией ионов натрия из окружающей среды в клетку. Фактически, формирование потенциала действия обусловлено двумя ионными потоками через мембрану. Потоки ионов Na^+ и K^+ примерно равны по величине, но сдвинуты по времени. Благодаря этому сдвигу во времени и возможно возникновение потенциала действия. Если бы потоки натрия и калия через мембрану совпадали во времени, то они бы компенсировали друг друга, и никакого изменения мембранного потенциала не могло бы происходить. Характерной особенностью потенциала действия яв-

ляется период рефрактерности (невозбуждения мембраны) во время его развития и остаточные явления в течение 1-3 мс после снятия возбуждения. Это свидетельствует о том, что проницаемость мембраны окончательно восстанавливается не сразу после окончания потенциала действия.

4. Распространение потенциала действия по нервному волокну.

Потенциал действия, возникнув в одном возбужденном участке нервного волокна, быстро распространяется по всей его поверхности. Распространение потенциала действия обусловлено возникновением так называемых локальных токов, циркулирующих между возбужденным и невозбужденным участками. Рассмотрим распространение возбуждения на примере передачи нервного импульса по аксону.



Рис.4

В момент возбуждения поляриность мембраны (на возбужденном участке) меняется на отрицательную (рис.4). В результате этого между возбужденным и невозбужденными участками возникает разность потенциалов, что приводит к появлению электрических токов между этими участками (локальные токи или токи действия). На поверхности мембраны ток

течет от невозбужденного участка к возбужденному, а внутри – в противоположном направлении.

Локальный ток вызывает увеличение проницаемости соседних невозбужденных участков мембраны, что снижает их потенциал покоя по абсолютной величине, т.е. потенциал повышается. Когда деполяризация достигнет критического (порогового) значения, в этом участке возникает потенциал действия. На участке ранее возбужденном в это время происходят восстановительные процессы реполяризации. Этот процесс многократно повторяется и обеспечивает распространение импульса возбуждения дальше на покоящиеся участки. Под влиянием локальных токов волна возбуждения распространяется без затухания в одном направлении. Может возникнуть вопрос, почему возбуждение распространяется по аксону не в обе стороны от зоны, до которой дошло возбуждение (ведь локальные токи текут в обе стороны от возбужденного участка). Дело в том, что возбуждение может распростра-

няться в области мембраны, находящейся в состоянии покоя, т.е. в одну сторону от возбужденного участка аксона. В другую сторону нервный импульс не может распространяться, так как области, через которые прошло возбуждение, некоторое время остаются невозбудимыми - рефракторными.

Нервные импульсы проводятся без затухания по аксонам в какой-то степени аналогично передаче электрических сигналов по кабельно-релейной линии.

В нервных волокнах характер распространения возбуждения зависит от наличия или отсутствия в них миелиновых оболочек, которые увеличивают удельное сопротивление мембраны и ее толщину. В безмякотных нервных волокнах возбуждение распространяется непрерывно вдоль всей мембраны. Все участки мембраны при этом становятся возбужденными. В мякотных нервных волокнах, имеющих толстые миелиновые оболочки, которые через 1-3 мм прерываются с

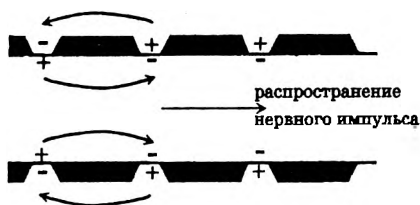


Рис.5

образованием перехватов Ренвье (участков, свободных от миелиновой оболочки) (рис.5), возбуждение распространяется несколько по иному. В электрическом отношении миелин является диэлектриком, поэтому локальные токи через миелиновую оболочку протекать не могут.

Они циркулируют между перехватами Ренвье. При возбуждении одного перехвата Ренвье между ним и соседним перехватом возникают локальные токи, и импульс как бы перескакивает на второй перехват, со второго - на третий и т.д. Такой способ проведения нервного импульса называется сальтаторным (скачкообразным). При блокировании одного перехвата Ренвье каким-либо анестезирующим веществом импульс сразу передается на третий перехват. При блокировании сразу двух перехватов импульс дальше распространяться не может (велико сопротивление между 1-м и 4-м перехватами). В мякотных волокнах скорость распространения нервного импульса в 10 раз выше, чем в безмякотных при одинаковом диаметре волокон. Расчеты показывают, что скорость распространения возбуждения по гладким немиелиновым нервным волокнам примерно пропорциональна квадратному корню из радиуса ($v \approx \sqrt{r}$). Эти скорости распространения у некоторых беспозвоночных достигают 20-30 м/с и обеспечиваются большим диаметром (до 1 мм) их волокон. Нарушение миелиновой оболочки приводит к нарушению распространения потенциала действия по нервному волокну, и, как следствие, к тяжелым нервным заболеваниям.

ЛЕКЦИЯ №18

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ И ДИФРАКЦИЯ СВЕТА. ПРИНЦИП РЕНТГЕНОСТРУКТУРНОГО АНАЛИЗА.

1. Интерференция световых волн. Когерентность.

Наложение двух или нескольких волн, приводящее к устойчивому во времени усилению колебаний в одних точках пространства и ослаблению в других, называется интерференцией. В обычных условиях довольно часто встречается наложение световых волн от различных источников, но интерференции света не наблюдается, так как эти источники не когерентны. Каждый такой источник (лампа, пламя, Солнце и др.) представляет собой совокупность огромного количества излучаемых атомов. Разность фаз колебаний, излучаемых такими источниками, не будет постоянной, а быстро и беспорядочно меняется во времени. Интерференция света может возникать только от согласованных когерентных источников, которые обеспечивают постоянную во времени разность фаз $\Delta\varphi$ слагаемых волн в различных точках. Волны, отвечающие этому условию, называются когерентными, т.е. при одинаковой частоте (длине волны) имеют постоянную разность фаз. Интерференция могла быть осуществлена от двух синусоидальных волн одинаковой частоты. Можно получить когерентные волны, разделив волну от одного источника на две части (путем отражения или преломления) и затем свести эти две волны вместе.

Излучаемые одной системой атомов, полученные таким способом две волны будут когерентны и при наложении могут интерферировать. На практике разделение одной световой волны на две можно осуществить посредством непрозрачного экрана с двумя небольшими отверстиями. В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля источник S (рис.1) создает в отверстиях экрана источники вторичных волн S_1 и S_2 . Очевидно, что всякое изменение фазы волн, излучаемых

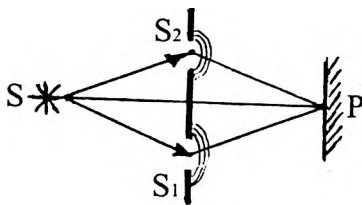


Рис.1

источником S , сопровождается точно такими же изменениями фаз волн, излучаемых вторичными источниками S_1 и S_2 , т.е. у волн этих источников разность фаз все время остается неизменной, и источники являются когерентными.

Второй способ получения когерентных источников основан на отражении света от двух плоских зеркал, установленных под углом α ,

близким к 180° . Эта оптическая система называется зеркалами Френеля. Когерентными источниками служат мнимые изображения S_1 и S_2 основного источника S (рис.2). Интерференционная картина возникает в точке P .

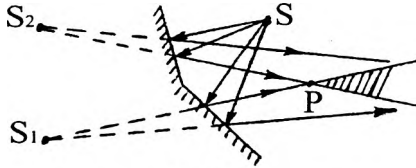


Рис.2

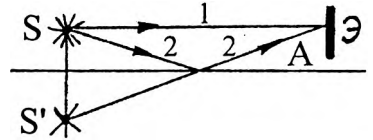


Рис.3

Еще один способ заключается в получении мнимого изображения S' источника S с помощью специального однослойного зеркала (зеркало Ллойда). Источники S и S' (рис.3) можно рассматривать как когерентные. Они создают интерференционную картину в точке A экрана \mathcal{E} .

Для монохроматического света интерференционная картина представляет ряд чередующихся темных и светлых полос (максимумы и минимумы). В случае белого (немонохроматического) света максимумы для разных λ располагаются в разных местах, из-за чего интерференционные полосы расширяются и приобретают радужную окраску.

Образование когерентных волн и их интерференция происходит также при попадании света на тонкую прозрачную пластинку или пленку. За счет отражения света от обеих поверхностей пленки происходит расщепление падающего светового луча, и создаются условия для интерференции. Этим объясняется, в частности, появление радужной окраски мыльных пузырей, пленки маслянистых веществ на поверхности воды, крыльев бабочек и других насекомых, внутренней поверхности раковин, перьев некоторых птиц (колибри, павлины).

Выполним расчет интерференционной картины, когда две когерентные волны от источников S_1 и S_2 проходят разные пути r_1 и r_2 и интерferируют в точке M (рис.4), т.е. между ними возникает разность хода $\Delta = r_2 - r_1$ (геометрическая разность хода). Если волны распространяются в среде с показателем преломления n , то говорят об оптической разности

хода $\delta = n\Delta$. Колебания векторов электрической напряженности E в точке M , удаленной от источников на расстояниях r_1 и r_2 соответственно от каждого источника происходит по гармоническому закону

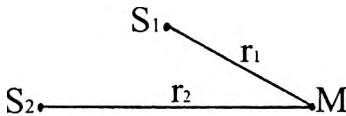


Рис.4

(амплитуды обоих колебаний примем одинаковыми и обозначим через E_m). Тогда $E_1 = E_m \cdot \cos 2\pi(vt - \frac{r_1}{\lambda})$, $E_2 = E_m \cos 2\pi(vt - \frac{r_2}{\lambda})$.

Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты с разностью фаз $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, как было показано ранее, дает результирующие колебания той же частоты. Амплитуда результирующего колебания светового вектора выражается в виде:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \Delta\varphi, \quad (1)$$

а для рассматриваемого нами случая:

$$E = \sqrt{E_m^2 + E_m^2 + 2E_m \cdot E_m \cdot \cos \Delta\varphi} = E_m \sqrt{2(1 + \cos \Delta\varphi)} = 2E_m \cos \frac{\Delta\varphi}{2}. \quad (2)$$

Из $\left[\cos^2 \varphi = \frac{1 + \cos 2\varphi}{2} \right]$ следует, что $\frac{1 + \cos \Delta\varphi}{2} = \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$.

Определим: $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi(vt - \frac{r_1}{\lambda}) - 2\pi(vt - \frac{r_2}{\lambda}) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$.

Если свет распространяется в среде с показателем преломления n , то:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta.$$

Подставляя в формулу (2) значения $\Delta\varphi$, получим:

$$E = 2E_m \cos(2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda}) = 2E_m \cos \frac{\pi \cdot \Delta}{\lambda},$$

т.е. E зависит от значения Δ .

В точках, где Δ равна нечётному числу длин полуволн, т.е.: $\Delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$, $k=0,1,2,3,\dots$, значение $\cos \frac{\Delta\varphi}{2} = 0$ и амплитуда результирующего колебания равна нулю. В этих точках образуются интерференционные минимумы. Если разность хода равна четному числу длин полуволн (или целому числу длин волн) $\Delta = 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda$, то

$\cos \frac{\Delta\varphi}{2} = 1$, а $E=2E_m$ (интерференционный максимум).

2. Дифракция света. Дифракция света на щели в параллельных лучах.

При распространении волн в среде, содержащей неоднородности, наблюдается явление, называемое дифракцией. Сущность его состоит в том, что волна, встречая на своем пути препятствие, огибает его, изменяя направление своего распространения. Возможность наблюдения дифракции зависит от соотношения длины волны света и разме-

ров препятствия. Явление дифракции проявляется сильнее, если размеры препятствия (щели) сравнимы с длиной волны λ . Явление дифракции света в природных условиях почти не наблюдается. Это связано с тем, что размеры большей части окружающих нас тел несоизмеримы с длиной волны света. Вследствие дифракции теневое изображение объекта перестает быть подобным самому предмету.

В опыте дифракцию можно наблюдать при образовании тени от

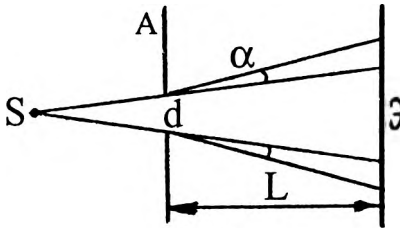


Рис.5

препятствия в виде тонкой проволоки или волоска, а также при прохождении света через отверстие весьма малого размера (доли с миллиметра) (рис.5).

Если между экраном Э и источником монохроматического света S поместить другой непрозрачный экран А с малым отверстием d, то граница геометрической тени не будет резкой. Это особенно заметно, когда размер d отверстия очень мал по сравнению с расстоянием L от экрана до отверстия ($d \ll L$). Тогда пятно на экране будет представлено в виде системы чередующихся светлых и темных колец, постепенно переходящих друг в друга, захватывающих область геометрической тени, а также выходящих за её пределы. Это говорит о непрямолинейном распространении света от источника S, о загнании световых волн у краёв отверстия в экране А. При использовании белого света дифракционная картина приобретает радужную окраску. Дифракцией света объясняется появление радужных колец вокруг источника света, когда воздух насыщен туманом или пылью, окраска жемчуга (дифракция белого света на содержащихся в нём инородных мельчайших вкраплениях).

Дифракция определяется волновыми свойствами света, и объяснить это явление можно с помощью принципа Гюйгенса-Френеля, согласно которому точки среды, которых достиг фронт волны, являются источниками элементарных вторичных волн, которые когерентны.

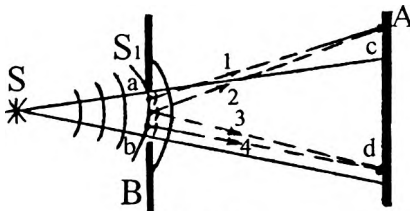


Рис.6

Пусть свет от источника S падает на экран А через круглое отверстие "ab" в экране В (рис.6). Каждая точка участка "ab" фронта световой волны S_1 , является вторичным

источником света. Вторичные источники когерентны, поэтому исхо-

дящие от них лучи (волны) 1,2; 3,4; и т.д. будут интерферировать между собой.

В зависимости от разности хода лучей на экране А в точках с; d и т.д. возникнут интерференционные максимумы и минимумы, т.е. кольцеобразная дифракционная картина.

Для того чтобы определить результат дифракции в некоторой точке пространства, следует рассчитать, согласно принципу Гюйгенса-Френеля, интерференцию вторичных волн, попавших в эту точку от волновой поверхности. Для волновой поверхности произвольной формы такой расчёт достаточно сложен. Но в отдельных случаях (сферическая или плоская волновая поверхность, симметричное расположение точки относительно волновой поверхности S_1 , и непрозрачной преграды А) вычисления сравнительно просты. Волновую поверхность при этом разбивают на отдельные участки – зоны Френеля, расположенные определённым образом, что упрощает математический расчёт.

Рассмотрим результат дифракции плоской монохроматической

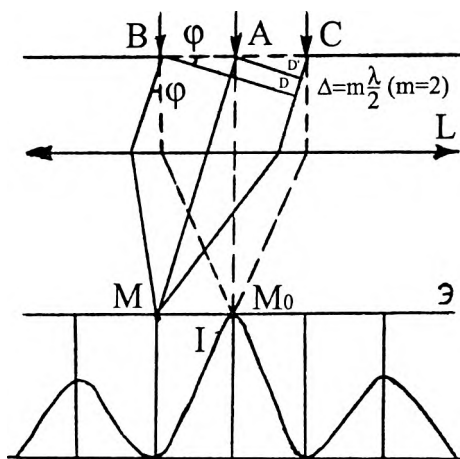


Рис.7

волны на щели, вырезанной в непрозрачной преграде (рис.7) и имеющей постоянную ширину $BC=a$. Волна падает нормально щели в виде плоскопараллельного пучка света. Все точки волновой поверхности, открытые щелью, являются центром вторичных волн, распространяющихся за щелью по всем направлениям. Изобразить все эти вторичные волны невозможно, поэтому на рис.7 показаны только вторичные волны, распространяющиеся под углом

φ . Лучи, дифрагирующие под углом φ , будут собраны в точке М экрана и интерферируют. При $\varphi=0$ все волны придут в точку M_0 в одинаковой фазе и усилят друг друга, на экране появится наиболее светлая полоса – центральный максимум. Чтобы определить результат интерференции при $\varphi \neq 0$, из точки В проведём перпендикуляр BD к направлению пучка вторичных волн. Оптические пути лучей от BD до точки М экрана одинаковы (линза L дополнительной разности хода не вносит), поэтому разность хода DC крайних лучей равна: $\Delta = a \sin \varphi$. Раз-

бываем DC на отрезки, равные $\lambda/2$ (на рисунке показано 2 отрезка). В общем случае эта разность хода содержит m полуволн: $a \sin \varphi = m \frac{\lambda}{2}$.

Проведём из точки D' прямую D'A, параллельную BD и разделим BC на две равные зоны Френеля $BA=AC$. Любой вторичной волне, идущей от какой-либо точки одной зоны Френеля, можно найти в соседних зонах такие вторичные волны, что разность хода между ними будет $\lambda/2$. Например, вторичная волна, идущая от точки C в выбранном направлении проходит до точки M расстояние на $\lambda/2$ больше, чем волна, идущая из точки A и т.д. Следовательно, вторичные волны, идущие от двух соседних зон, погасят друг друга, т.к. различаются по фазе на π . Число зон, укладывающихся в щели, зависит от длины волны λ и угла φ . Если щель BC разбита при построении на нечётное число зон Френеля $m=(2k+1)$, а DC на чётное число отрезков, равных $\lambda/2$, то в точке M наблюдается дифракционный максимум, т.е.: $a \sin \varphi = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$, где $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ - порядок максимума. Условие же дифракционных минимумов:

$$a \sin \varphi = 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad (m=2k).$$

На рис.7 показан случай, когда $m=2$, что соответствует в точке M дифракционному минимуму. Таким образом, на экране Э получится система светлых (максимумов) и тёмных (минимумов) полос, симметрично расположенных влево и вправо от центральной ($\varphi=0$) наиболее яркой полосы. Интенсивность I остальных максимумов убывает по мере удаления от центрального максимума (см. рис.7). Если щель освещается белым светом, то на экране Э образуется система цветных полос, лишь центральный максимум будет сохранять цвет падающего света, так как при $\varphi=0$ усиливаются все длины волн света.

3. Дифракционная решётка. Дифракционный спектр.

Дифракционная решётка – это оптическое устройство, представ-

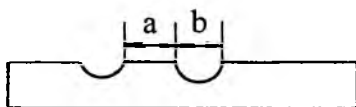


Рис.8

ляющее собой стеклянную пластинку, на которой алмазным остриём наносится большое количество параллельных штрихов с промежутками между ними. Неповреждённое стекло между штрихами слу-

жит щелями решётки. Суммарную ширину щели "a" (рис.8) и промежутка "b" между щелями называют постоянной или периодом ди-

фракционной решётки: $d=a+b$. Лучшие дифракционные решётки имеют до 1200-1500 штрихов на миллиметр (n), период дифракционной решётки $d = \frac{1}{n}$, общее число штрихов дифракционной решётки обозначают буквой N .

Рассмотрим дифракцию (рис.9) плоской монохроматической волны, падающей нормально на дифракционную решётку. Если на решётку падает пучок монохроматических лучей, то вторичные волны, идущие от щелей по всем направлениям, являются когерентными и будут интерферировать, образуя дифракционную картину. Если между экраном и дифракционной решёткой поместить собирающую линзу L (экран расположен в фокальной плоскости линзы), то возникает дифракционная картина, являющаяся результатом двух процессов: дифракции света от каждой отдельной щели и ин-

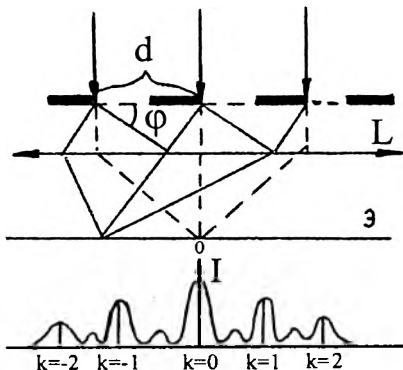


Рис.9

терференции света от щелей. Основные черты этого процесса определяются вторым явлением.

Рассмотрим лучи, падающие на левые края щелей ($N=3$). Благодаря дифракции свет от щелей будет распространяться во всевозможных направлениях. Разность хода лучей от крайних точек двух соседних щелей и дифрагирующих под углом φ будет определяться: $\Delta = d \sin \varphi$. Если эта разность хода будет равна нулю или целому числу длин волн, то при интерференции возникают главные максимумы, для которых выполняется условие: $d \sin \varphi = k\lambda$, где k – порядок главных максимумов ($k=0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots$). При выполнении условия $d \sin \varphi = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ – будут возникать интерференционные минимумы.

Максимумы будут располагаться симметрично относительно центрального ($k=0; \varphi=0$). Выражение $d \sin \varphi = k\lambda$ называют основной формулой дифракционной решётки. Возможное число максимумов является ограниченным, оно не может быть больше, чем d/λ . Между главными максимумами образуются минимумы (добавочные), число которых зависит от числа щелей решётки (N). Между главными соседними максимумами располагается $(N-1)$ добавочных минимумов. На рис.9 показано распределение интенсивности максимумов на экра-

не для решётки с $N=3$. При большом количестве щелей отдельные добавочные минимумы практически не различаются, а всё пространство между главными максимумами выглядит тёмным. Поскольку амплитуда световых колебаний в максимумах пропорциональна числу щелей, то освещённость в максимумах пропорциональна квадрату числа щелей (N^2), т.е. чем больше число щелей дифракционной решётки, тем более резки главные максимумы: $E_m \sim N$; $J \sim E_m^2$; $J \sim N^2$.

Если на решётку падает белый свет, то для всех значений длин волн положение максимумов нулевого порядка совпадают ($k=0$; $\varphi=0$), положение же максимумов более высокого порядка будут различны

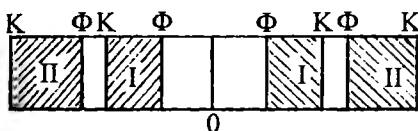


Рис.10

(чем больше λ , тем больше φ) для данного значения k . Поэтому центральный максимум будет иметь вид узкой белой полосы (рис.10), а каждый из боковых максимумов представляет собой разноцветную

полоску конечной ширины. Все спектры симметричны относительно нулевого максимума и обращены к нему коротковолновым Φ (фиолетовым) краем. Наиболее интенсивным является спектр 1-го порядка ($k=1$). Спектры более высоких порядков менее интенсивны и, кроме того, могут накладываться друг на друга.

Таким образом, дифракционная решётка разлагает сложный свет в спектр и поэтому с успехом применяется в спектральных приборах, например, дифракционном спектрографе – приборе, служащем для измерения длины световых волн, т.е. для проведения спектрального анализа.

4. Дифракция электромагнитных волн на пространственных структурах. Основы рентгеноструктурного анализа.

Дифракция волн может происходить на мелких неоднородностях и частотах. Наиболее простым является случай, когда неоднородности образуют периодическую структуру. Дифракционные решётки могут служить примером периодической структуры. Естественной 3-х мерной структурой являются кристаллы, в которых рассеивающими центрами служат узлы (атомы, ионы) кристаллической решётки. В кристалле можно выделить направления, вдоль которых дифрагированные волны усиливают друг друга. Пучок монохроматического излучения, пройдя сквозь такую структуру, образует на экране плоскостную двумерную дифракционную картину – систему светлых пятен (максимумов), расположенных в определённом порядке. По расположению этих максимумов, их относительной интенсивности, длине

волны можно на основе соответствующих расчётов определить пространственную 3-х мерную структуру объекта, обусловившего дифракцию. В качестве таких объектов могут быть крупные молекулы, в том числе и биомакромолекулы.

Однако чёткую дифракционную картину можно получить только в том случае, если период структуры d будет несколько больше длины волны λ ($d > \lambda$). Это ограничение не позволяет осуществить дифракцию света на кристаллах, так как период кристаллической решётки (расстояние между плоскостями кристалла) в тысячи раз ($\sim 10^{-10}$ м) меньше длины световой волны. Однако для рентгеновских лучей условие $d > \lambda$ выполняется. В 1912 году М.ЛАУЭ, пропустив узкий пучок рентгеновских лучей, выделенный свинцовыми диафрагмами, через монокристалл (кристалл играет роль пространственной решётки), получил на фотопластинке дифракционную картину (лауэграмма) в виде тёмных пятен (дифракционные максимумы). Порядок расположения частиц в решётке кристалла определяет порядок и симметрию в расположении дифракционных максимумов.

Дифракцию рентгеновских лучей можно наблюдать при отражении от кристалла (рис.11). Лучи 1 и 2 интерферируют, отразившись от двух соседних слоёв (d – расстояние между соседними атомными слоями). Разность хода $\Delta = DB + BC$ лучей будет равна $2d \sin \theta$, где θ – угол скольжения. Эти волны усиливают друг друга, т.е. образуют максимумы в направлениях,

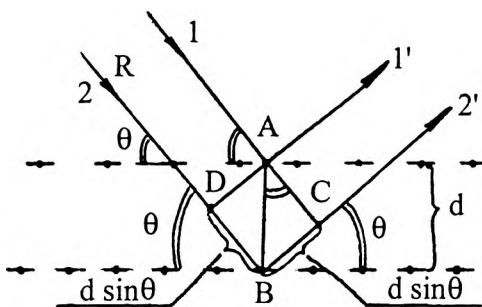


Рис.11

для которых разность хода кратна λ . Поэтому можно записать:

$$2d \sin \theta = k\lambda, \quad (3)$$

где $k = \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots$ - порядок максимумов. Это формула Вульфа-Брэгга. При падении монохроматического рентгеновского излучения на кристалл под различными углами максимум будет иметь место для углов, отвечающих формуле Вульфа-Брэгга. Угол θ измеряется на фотографии дифракционной картины (по положению дифракционных максимумов).

Рентгеноструктурный анализ – это метод, который по дифракционной картине, полученной на неизвестной кристаллической структуре при помощи рентгеновских лучей известной длины, позволяет найти расположение частиц, составляющих эту структуру (определить α).

Он имеет большое практическое значение для биологии, поскольку является наиболее эффективным методом определения пространственной структуры кристаллических соединений. Для монокристалла обычно используется метод "вращения кристалла" (рис.12). При повороте кристалла разные системы плоскостей попадают под падающий пучок рентгеновских лучей в положение, при котором

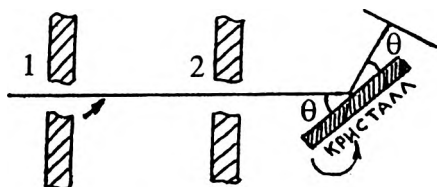


Рис.12

удовлетворяется условие (3). Это значит, что при определённых углах θ на фотопластинке появятся дифракционные максимумы. Зная λ и определив из опыта θ и порядок спектра k , по формуле (3) рассчитывают расстояние d между соответствующими слоями структурных частиц.

Для веществ в мелкокристаллическом состоянии используют метод порошков (метод Дебая и Шерара) (рис.13), основанный на дифракции монохроматических рентгеновских лучей в поликристаллических телах (спрессованные порошки).

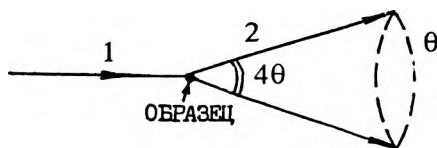


Рис.13

Среди большого числа мелких кристаллов всегда найдутся такие, для которых выполняется условие (3). Так как условие (3) одинаково для многих кристаллов, по разному ориентированных, то дифрагированные лучи образуют в пространстве конус, вершина которого лежит в исследуемом объекте, а угол равен 4θ . Для другой совокупности d , k , θ , удовлетворяющей условию (3), будет соответствовать другой конус. На фотоплёнке рентгеновские лучи образуют рентгенограмму (дебаеграмму) в виде concentric окружностей. Рентгеноструктурный анализ широко применяется при исследовании структуры биологических молекул (ДНК, белков). Описанным методом расшифрованы пространственные структуры гемоглобина, лизоцина, химотрипсина, рибонуклеазы. Основываясь на анализе рентгенограмм, Ф.Крик, Дж.Уотсон воспроизвели пространственную структуру ДНК и были удостоены Нобелевской премии. С помощью рентгеноструктурного анализа удалось понять, как функционируют молекулы ферментов, выяснить структурную основу многих наследственных заболеваний, структуру вирусов и т.д.

ЛЕКЦИЯ №19

ОПТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ГЛАЗА. БИОФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЗРИТЕЛЬНОЙ РЕЦЕПЦИИ.

1. Оптическая система глаза. Аккомодация.

Глаз человека является своеобразным оптическим прибором, занимающим в разделе геометрической оптики особое место. Это объясняется тем, что многие оптические инструменты рассчитаны на зрительное восприятие их показаний. С другой стороны глаз человека (и животных) как усовершенствованная в процессе эволюции биологическая система, даёт некоторые идеи по конструированию и улучшению оптических систем.

Рассмотрим строение глаза. Глазное яблоко имеет почти шарообразную форму с диаметром в осевом направлении 24 – 25 мм. Оно содержит светопроводящий и световоспринимающий аппарат глаза. Стенки глаза состоят из трёх концентрически расположенных оболочек – наружной, средней и внутренней. Наружная оболочка – склера в передней части глаза переходит в прозрачную выпуклую роговую оболочку (роговица). Отдалённая от склеры роговица имеет форму сферической чашечки диаметром около 12 мм и толщиной около 1 мм. Радиус кривизны её 7-8 мм, показатель преломления – 1,38. К склере прилегает сосудистая оболочка, внутренняя поверхность которой выстлана слоем пигментных клеток, препятствующих внутреннему диффузному рассеиванию света в глазу. В передней части сосудистая оболочка переходит в радужную, окрашенную у различных людей по-разному и имеющую в центре небольшое круглое отверстие – зрачок.

Радужная оболочка является своеобразной диафрагмой, регулирующей диаметр зрачка (от 2-3 мм при ярком, до 6-8 мм при слабом освещении) и тем самым световой поток, попадающий в глаз. Пространство между радужной оболочкой и роговицей (передняя камера) заполнено прозрачной жидкостью, близкой по оптическим свойствам к воде. Непосредственно за зрачком расположен хрусталик – упругое прозрачное тело, имеющее форму двояковыпуклой линзы ($n=1,4$). Диаметр хрусталика 8-10 мм, радиус кривизны передней поверхности 10 мм, задней – 6 мм. С помощью круговой ресничной мышцы кривизна хрусталика может меняться. Вся внутренняя полость глаза заполнена прозрачной студенистой жидкостью – стекловидным телом ($n=1,33$).

К сосудистой оболочке в задней части, называемой дном глаза, прилегает сетчатая оболочка, или рети́на, содержащая световоспри-

нимающий аппарат глаза (рецепторный аппарат). Он состоит из мельчайших рецепторных клеток-палочек и колбочек, обеспечивающих сумеречное и цветовое зрение. Сетчатка служит световоспринимающим экраном, на котором получается действительное и уменьшенное изображение предмета, рассматриваемого глазом. Преломляющая система глаза: роговица, влага передней камеры, хрусталик, стекловидное тело – представляют центрированную оптическую систему с оптической осью, проходящей через геометрические центры хрусталика, зрачка и роговицы. Для оптической системы глаза, как и для любой оптической системы, можно указать шесть кардинальных точек, с помощью которых

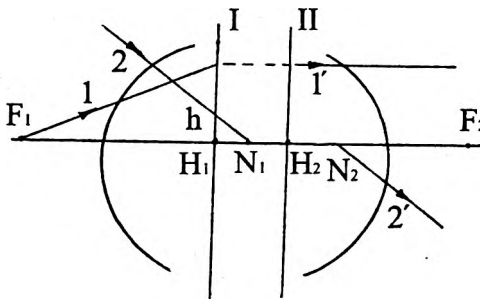


Рис.1

определяют направление лучей света – это две главные точки (H_1 и H_2), две узловые точки (N_1 и N_2) и два фокуса (F_1 и F_2) (рис.1). Через две главные точки, перпендикулярно оптической оси проходят две главные плоскости (I и II). На одинаковом расстоянии от них находятся фокусы.

При построении изображений пользуются следующими правилами. Луч, идущий от предмета через фокус и пересекающий первую главную плоскость на высоте h от оптической оси, выходит из плоскости II на таком же удалении h от оси и параллельно ей. Луч, идущий от предмета к одной узловой точке N_1 , выходит из другой узловой точки N_2 параллельно своему первоначальному направлению (см. рис.). Среднее положение кардинальных точек в глазу человека определяют по результатам исследования множества людей с нормальным зрением. Обе главные и обе узловые точки в усреднённом глазу расположены близко друг от друга. В глазу ещё различают зрительную ось, проходящую через центр хрусталика и жёлтого пятна (участок на сетчатке, обладающий наибольшей чувствительностью к свету) и определяющую направление, по которому глаз имеет наивысшую чувствительность. Угол между главной оптической и зрительной осями составляет 5° . Этот угол имеет практическое значение. Если он достаточно велик, возникает впечатление косоглазия. Его следует учитывать при определении расстояния между центрами очковых линз.

Здоровый глаз приспособляется к рассмотрению предметов, расположенных от него на расстоянии от 10-15 см до бесконечности. Эта способность глаза называется аккомодацией.

Аккомодация – это способность глаза изменять оптическую силу за счёт изменения кривизны хрусталика, что позволяет получать чёткие изображения предметов на сетчатке. При этом происходит увеличение оптической силы (D). $D = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$, где R_1 и R_2 – радиусы

кривизны хрусталика. Исходя из формулы линзы $D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$, это позволяет при увеличении D уменьшить расстояние до объекта (d), не изменяя расстояния до изображения (f). В целом оптическая система глаза действует как собирающая линза с переменным фокусным расстоянием. Вся система глаза в ненапряжённом состоянии (покой аккомодации) имеет оптическую силу около 63 диоптрий. Основное преломление света происходит на внешней поверхности роговицы, на границе с воздухом. Она имеет оптическую силу около 43 диоптрий. Оптическая сила хрусталика при этом 20 диоптрий (при рассмотрении удалённых предметов). При рассмотрении близких предметов кривизна хрусталика увеличивается, и оптическая сила глаза может достигать 70-75 дптр (предел аккомодации).

У взрослого человека (здорового) при приближении предмета к глазу до расстояния 25 см аккомодация совершается без напряжения, и, благодаря привычке рассматривать предметы, находящиеся в руках, глаз чаще всего аккомодирует на этом расстоянии, называемом расстоянием наилучшего зрения. Минимальное расстояние до предмета, соответствующее максимальной аккомодации, определяет положение так называемой ближней точки ясного видения (ближняя точка глаза). Положение ближней точки зависит от возраста человека. С возрастом это расстояние увеличивается, а аккомодация уменьшается.

Для построения изображения предметов на сетчатой оболочке глаза и анализа, связанных с этим явлений пользуются редуцированным, или приведённым глазом, который

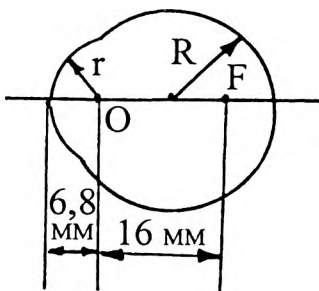


Рис.2

рассматривается как однородная сферическая линза. Предложено несколько схем приведённого глаза весьма близких между собой. На рис.2 (глаз по Вербицкому) приведена такая схема: радиус r передней преломляющей поверхности 6,8 мм, радиус R сферы 10,2 мм, длина по оси 23,4 мм; $n=1,4$. Оптический центр O линзы находится на расстоянии 6,8 мм от вершины передней преломляющей поверхности, а главный фокус F на

расстоянии 16 мм от оптического центра, т.е. внутри линзы. В приве-

дённому глазу по Вербицкому главные и узловые точки, для упрощения построений, как и для тонкой линзы, совмещены и находятся в точке О (центр линзы) (рис.3).

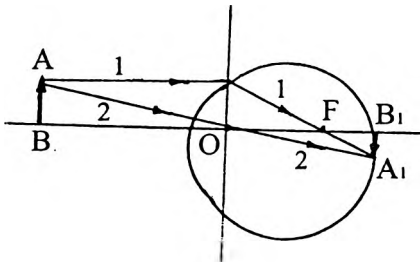


Рис.3

Построение изображения предметов в приведённом глазу делается по правилам для одиночной тонкой линзы. Предмет обычно располагается за двойным фокусным расстоянием, и изображение получается на задней поверхности приведённого глаза действительным, обратным и уменьшенным (рис.3).

2. Разрешающая способность глаза. **Недостатки оптической системы глаза.**

Размер изображения на сетчатке зависит не только от размера предмета, но и от удаления от глаза, т.е. от угла, под которым виден предмет.

Для характеристики величины изображения на сетчатке вводят

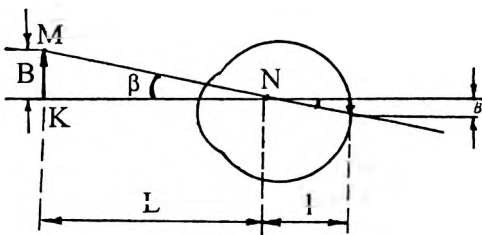


Рис.4

понятие - угол зрения.

Этот угол β между лучами, идущими от крайних точек предмета через совпадающие узловые точки (рис.4). Размер изображения на сетчатке

$\vartheta = l\beta$, где l - расстояние между единой узловой точкой и сетчаткой ($l \approx 17$ мм). Формула справедли-

ва, если угол зрения мал. Из приведённого рисунка легко установить связь между размером ϑ предмета, расстоянием его от узловой точки

глаза и углом зрения: $B = L\beta$, тогда $\vartheta = \frac{lB}{L}$.

Разрешаемую способность глаза принято оценивать минимальным углом зрения β_{\min} , под которым две соседние точки предмета видны раздельно. Этот угол в конечном итоге определяет размер изображения на сетчатке. В пределах жёлтого пятна при хорошем освещении глаз человека начинает воспринимать две точки, если $\beta \geq 1'$. Величина $\beta_{\min} = 1'$ характеризует разрешаемую способность глаза (макси-

мальную остроту зрения) и определяется структурой сетчатки. Две соседние точки видны раздельно, если их изображения попадают на разные рецепторы. Это условие и определяет предел разрешающей способности глаза. При нормальном зрении человек может с расстояния 25 см видеть раздельно две точки, отстоящие друг от друга на расстоянии 70 мкм. Размер изображения на сетчатке при этом равен 5 мкм, что соответствует среднему расстоянию между колбочками. Поэтому, если изображение двух точек на сетчатке займёт меньшее расстояние чем 5 мкм, то эти точки не разрешаются, т.е. глаз их не различает отдельно. В медицине разрешающую способность глаза оценивают остротой зрения. За норму остроты зрения принимается единица, в этом случае наименьший угол зрения равен $1'$. При нарушениях остроты зрения во столько раз меньше нормы, во сколько раз наименьший угол зрения при отклонении от нормы больше одной минуты. Если для больного минимальный угол зрения равен $4'$, то острота зрения равна $1:4=0,25$. Острота зрения – основная функция глаза, на которую ориентируются при подборе очков.

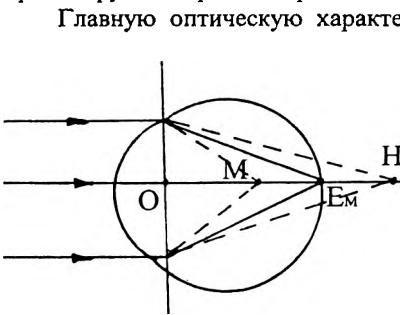


Рис.5

Главную оптическую характеристику глаза представляет положение заднего фокуса относительно сетчатки. Она называется клинической рефракцией глаза (рис.5). Если точка фокуса лежит на сетчатке, рефракция называется эмметропической (E_M), если за сетчаткой – гиперметропической (H), если перед сетчаткой – миопической (M). Только первая рефракция обеспечивает (при покое аккомодации) чёткое изображение далёких предметов на

сетчатке и, следовательно, нормальное зрение. Наиболее распространённым недостатком зрения является близорукость (миопия), связанная с удлинённой формой глазного яблока, и реже с чрезмерной оптической силой преломляющих сред глаза при нормальной его форме. При этом резкое изображение A_1B_1 достаточно удалённых от глаза предметов образуется в плоскости, лежащей несколько впереди сетчатки (рис.6). Такой глаз не видит отчётливо далёкие предметы. Аккомодация при этом бесполезна, так как она ещё больше увеличивает и так чрезмерную для данной формы глазного яблока оптическую силу глаза. Для исправления близорукости необходимо уменьшить оптическую силу глаза путём применения очков с рассеивающими (отрицательными) линзами. При этом изображение A_2B_2 удалённых предметов получается на сетчатке (рис.6). Сплошными линиями

показан ход лучей без линзы, сочетанием штриховой и сплошной линий — с линзой.

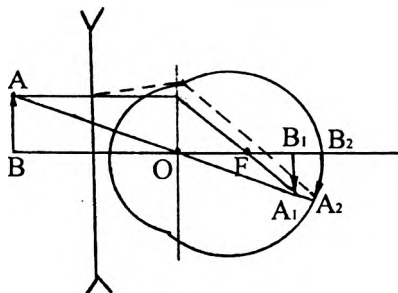


Рис.6

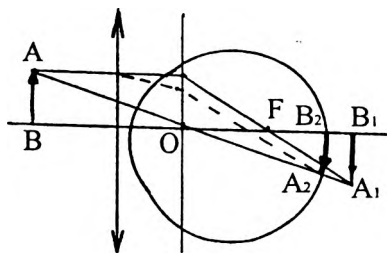


Рис.7

Дальнозоркость (гиперметропия) связана с недостаточной преломляющей способностью глаза или с укороченной формой глазного яблока. Изображение A_1B_1 удалённых предметов получается позади сетчатки (рис.7). С помощью аккомодации глаз частично устраняет этот недостаток, однако, пределы аккомодации ограничены и такой глаз не видит отчётливо близко расположенные предметы. Для устранения дальнозоркости применяются очки с собирающими (положительными) линзами, которые усиливают преломляющую способность глаза и обеспечивают резкое изображение A_2B_2 на сетчатке (рис.7).

С возрастом происходит изменение эластичных свойств хрусталика и появляется возрастная дальнозоркость.

Более редко встречается недостаток зрения — **астигматизм**, который связан с неравномерной рефракцией в различных меридианных плоскостях глаза. Это явление обусловлено нарушением правильной

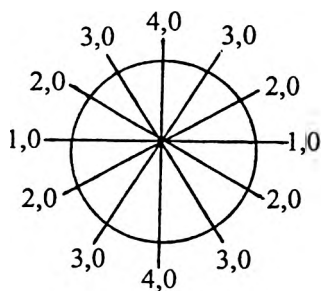


Рис.8

сферической формы наружной поверхности роговицы и хрусталика. Значительный астигматизм вызывает искажение формы предмета на сетчатке, вытягивание их в длину или ширину. Астигматизм так же требует коррекции зрения, хотя он и является несамостоятельным видом клинической рефракции, а чаще всего сопутствует эмметропии, гиперметропии или миопии. Если посмотреть на астигматический глаз спереди и мысленно расщепить его плоскостями, проходящими через полюс роговицы, то

окажется, что показатель преломления в таком глазу плавно изменяется от самого большого значения в одном из сечений, до самого малого

в другом сечении, которое будет перпендикулярно первому. На рис.8 приведён один из примеров распределения рефракции (преломляющей силы в диоптриях) в данном сечении. Сечения, в которых рефракция наибольшая и наименьшая, называются главными плоскостями (или меридианами). Если в каждом сечении рефракция остаётся постоянной – это правильный астигматизм. Если же для различных лучей в пределах определённого сечения рефракция окажется различной, то этот вид называют неправильным. Очки могут исправлять только правильный астигматизм. Коррекция астигматизма осуществляется цилиндрическими и сфероцилиндрическими линзами.

У человека оба глаза работают как согласованная система, формирующая единый образ видимого предмета. Способность формировать такой образ из изображений двух глаз называется бинокулярным зрением. Одновременно, бинокулярное зрение позволяет оценить удалённость окружающих предметов. Эта способность глаза называется стереоскопическим зрением. Место в пространстве, где пересекаются зрительные линии двух глаз, называется точкой фиксации.

Нарушение бинокулярного зрения чаще всего проявляется в виде косоглазия. Косоглазие – это отклонение зрительной линии одного из глаз от совместной точки фиксации. По направлению отклонения глаза различают косоглазие сходящееся, расходящееся и вертикальное. Для компенсации косоглазия могут применяться очки с призматическими линзами.

3. Основы фотометрии.

Обсуждение вопросов биофизических процессов зрительного восприятия требует знания основных понятий, относящихся к измерению световых величин. Этот круг вопросов изучает фотометрия.

Одной из фотометрических величин является световой поток (Φ), который представляет энергию (dW) световой волны, проходящую в единицу времени через данную поверхность: $\Phi = \frac{dW}{dt}$. Световой

поток измеряется в люменах (лм).

Освещённость поверхности – это отношение светового потока к площади поверхности: $E = \frac{d\Phi}{dS}$. Освещённость измеряется люксами (лк).

Физиологическое действие света на человека в значительной степени зависит от освещённости. При малых освещённостях глаз с трудом различает мелкие предметы и быстро устаёт. При больших освещённостях свет оказывает вредное действие на сетчатку и возбуждающе действует на нервную систему. Поэтому установлены гигиенические нормы освещённости жилых и производственных помеще-

ний. Например, в аудитории (на уровне поверхности стола) освещённость должна быть 150 лк, в комнатах в общежитии – 50 лк и т.д.

Сила света источника (I) – это отношение светового потока к величине телесного угла, внутри которого этот поток распространяется:

$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$, где Ω – телесный угол, измеряемый в стерадианах. Сила света

измеряется канделами (кд). Это основная единица в системе СИ.

Яркость (L) – величина численно равная отношению светового потока внутри телесного угла к величине этого угла и к площади излучающей площадки: $L = \frac{d\Phi}{d\Omega dS \cos \alpha}$, где α – угол между нормалью к

поверхности и осью телесного угла. Так как $\frac{d\Phi}{d\Omega} = I$, то $L = \frac{I}{dS \cos \alpha}$.

Единицей измерения яркости является 1 Нит (нт) = $\frac{1 \text{ кд}}{1 \text{ м}^2}$. Яркость листа белой бумаги при чтении и письме должна быть не менее 10 кд/м^2 . Наименьшая яркость светящихся поверхностей, воспринимаемая глазом в темноте, называется порогом яркости для человеческого глаза и равна $1 \cdot 10^{-5} \text{ кд/м}^2$.

4. Чувствительность глаза к свету и цвету. Адаптация.

Свет, попадающий в глаз, фокусируется с помощью хрусталика на слой светочувствительных клеток сетчатки колбочек и палочек. Светочувствительные элементы сетчатки – колбочки расположены в жёлтом пятне. Палочки же располагаются по краям жёлтого пятна и по остальной поверхности сетчатой оболочки. Количество колбочек равно примерно 7 миллионам, а палочек примерно – 130 миллионам.

Палочки не различают цвета и отвечают за чёрно-белое или сумеречное зрение (ахроматическое). Только световое раздражение колбочек вызывает ощущение цвета и, благодаря наличию колбочек, осуществляется дневное зрение. Колбочки сосредоточены в центре сетчатки, потому что цветовое зрение осуществляется в условиях яркого освещения при суженном зрачке, пропускающий свет в основном на центральную часть сетчатки.

Чувствительность палочек значительно выше, чем колбочек, которые функционируют лишь при освещённостях выше 10^{-2} лк, тогда как палочки реагируют на свет даже при освещённости до 10^{-6} лк. В этом легко убедиться в сумерках, когда нам кажется, что все предметы теряют свою окраску.

Восприятие света, так же как и восприятие звука, подчиняется закону Вебера-Фехнера, согласно которому прирост силы светового

ощущения пропорционален логарифму отношения интенсивности двух сравниваемых световых потоков.

Светочувствительность глаза изменяется в широких пределах благодаря зрительной адаптации. Известно, что при входе в слабо освещённую комнату вначале человек не различает предметы и для их различия требуется определённое время, т.е. переход от дневного к сумеречному зрению требует определённого времени. Этот процесс называется адаптацией. Адаптация – это способность глаза приспосабливаться к различным яркостям. До полной адаптации иногда необходимо время 30-40 минут. Адаптация позволяет глазу нормально функционировать в диапазоне яркости 10^{-7} - 10^5 кд/м².

Исследования показали, что минимальное количество света, которое должно падать на поверхность глаза для создания светового ощущения, составляет от 60 до 150 фотонов жёлто-зелёного света. До сетчатки доходит ещё меньше фотонов. Около 50% поглощается хрусталиком, около 4% отражается от роговицы. Таким образом, на долю фоторецепторов остаётся всего несколько процентов от числа фотонов, падающих на роговицу. Недавние исследования показали, что порог чувствительности глаза, адаптированного к темноте, для жёлто-зелёного света составляет всего 2-3 фотона. Фоторецепторы преобразуют световую энергию в электрическую с коэффициентом усиления 10^5 - 10^6 . Такое большое усиление позволяет даже единичным фотонам создать нервный импульс и соответственно световое ощущение.

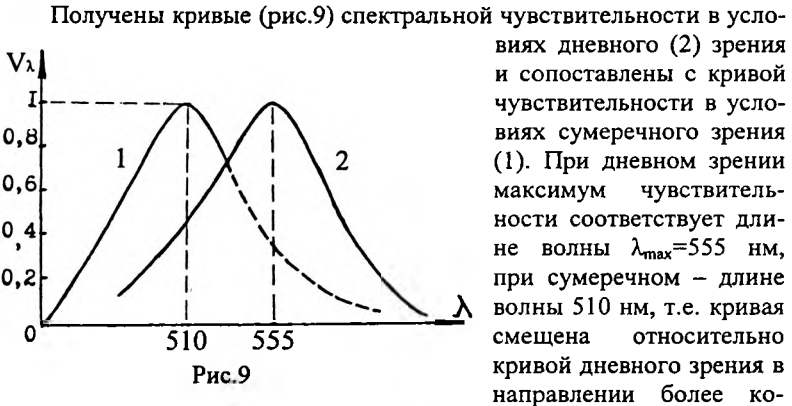
Таким образом, глаз является одним из чувствительнейших приборов.

Глаз человека реагирует на электромагнитные волны с длиной волны примерно от 400 до 780 нм. Причём даже в указанном интервале чувствительность глаза к различным длинам волн неодинакова. Чувствительность глаза для более длинных и более коротких волн резко снижается. Наибольшей чувствительностью глаз обладает к длине волны $\lambda_{\max}=555$ нм, т.е. к зелёному цвету. Если взять несколько источников различного цвета, обладающих одинаковой мощностью, то они будут представлены глазу не одинаково яркими. Например, чтобы красный свет казался столь же ярким, как и зелёный, необходимо, чтобы его мощность превышала мощность зелёного в несколько раз. Поэтому, для характеристики спектральной чувствительности глаза вводят величину, которая равна отношению мощности излучения с длиной волны $\lambda_{\max}=555$ нм к мощности излучения с длиной волны λ , вызывающей ощущение такой же яркости, как и излучение с длиной волны λ_{\max} . Эта величина называется относительной спектральной световой эффективностью V_λ (иногда пользуются старым

названием – относительная видность): $V_\lambda = \frac{P_{\lambda=555 \text{ нм}}}{P_{\lambda \text{ нм}}}$. Значение функ-

ции V_λ для различных длин волн были определены путём усреднения результатов многочисленных измерений. Для зелёного цвета $\lambda_{\text{max}}=555\text{ нм}$ значение $V_\lambda=1$.

График зависимости V_λ от длины волны λ называется спектральной чувствительностью глаза.



коротких длин волн и максимум находится в области синего цвета. Поэтому, при рассмотрении предмета сначала при сильном освещении, а затем при значительно более слабом, замечают смещение окраски предмета в синюю часть спектра.

Не следует, однако, думать, что глаз не чувствителен к излучениям, лежащим за пределами диапазона 400-780 нм. Человек может воспринимать излучение в ультрафиолетовой области до 300 нм и инфракрасной области до 950 нм, но чувствительность глаза к этим волнам в миллиард раз меньше, чем для $\lambda_{\text{max}}=555\text{ нм}$.

Хрусталик и стекловидное тело почти полностью поглощают ультрафиолет. Поэтому при удалении хрусталика (по поводу катаракты), чувствительность глаза к ультрафиолету значительно возрастает.

Максимум кривой видности дневного зрения соответствует максимуму солнечного излучения, прошедшего через атмосферу и попавшего на поверхность Земли. В этом проявляется целесообразность организации глаза как светочувствительного аппарата.

5. Биофизические основы зрительной рецепции.

Свет, попадающий в глаз, фиксируется оптической системой глаза на сетчатке, которая представляет собой многослойную клеточную систему. Фоторецепторные клетки находятся в заднем слое сетчатки, опираясь своими светочувствительными сегментами в поглощающий фотоны слой эпителиальных клеток, окрашенных тёмным пигментом.

Для того чтобы попасть в фоторецепторы свету приходится предварительно проходить через слой нервных клеток, что, однако, не снижает чувствительности глаза, так как эти клетки прозрачны для видимого света. Такое расположение фоторецепторов лучше охраняет эти клетки от внешних воздействий и предотвращает попадание на них фотонов, отражённых и рассеянных другими участками глаза, а это улучшает остроту зрения. Каждая палочка и колбочка состоит из наружного и внутреннего сегмента, содержащего ядро и митохондрии, обеспечивающие энергетические процессы в фоторецепторной клетке. В конце внутреннего сегмента, обращенного к свету, находится синаптический контакт с нервным волокном.

Рассмотрим строение и функции палочек. Наружный сегмент палочек состоит из стопки светочувствительных дисков, в которые встроен зрительный пигмент родопсин красного цвета.

Каждый диск толщиной примерно 20 нм, напоминающий собой расплюснутый воздушный шар, состоит из бислойных липидных мембран с пронизывающими их молекулами белков. Большое количество дисков в стопке увеличивает общую светочувствительную поверхность фоторецепторной клетки, что повышает вероятность поглощения ею фотона.

Зрительные диски образуются на протяжении всей жизни человека. Они постепенно перемещаются по сегменту и на самом конце отделяются, после чего поглощаются клетками пигментного эпителия и разрушаются. Из-за низкой вязкости липидного бислоя молекулы пигмента могут совершать быструю латеральную диффузию, а после поглощения кванта света претерпевать значительные конформационные перестройки.

Зрительный пигмент родопсин – это сложный белок. Он состоит из белка опсина и хромофорной группы – ретинала (альдегидная группа витамина А). Если с пищей в организм поступает недостаточное количество витамина А, то нарушается процесс синтеза зрительных пигментов, что приводит к ухудшению сумеречного зрения, называемого «куриной слепотой».

Ретиналь может находиться в двух изомерных конфигурациях: цис- или транс- конфигурации. Молекула транс-ретинала имеет выпрямленную форму. Цис-ретиналь имеет изогнутую форму, поворот группы атомов начинается с одиннадцатого атома углерода, поэтому изомер называется 11-цис-ретиналем. Изогнутая молекула 11-цис-ретинала в темноте образует комплекс с опсином и плотно входит в соответствующее углубление в молекуле опсина. При освещении цис-ретиналь переходит в более устойчивую транс-форму и выпрямленная молекула транс-ретинала не помещается в углублении, выходит из него и отщепляется от опсина. Распад родопсина на ретиналь и опсин

приводит к возбуждению рецепторной клетки и возникновению генераторного потенциала. Разрыв связи между опсином и ретиналем приводит к обесцвечиванию родопсина. Обратный процесс превращения транс-ретиная в цис-ретиная происходит под действием фермента ретинальизомеразы, после чего цис-ретиная присоединяется к опсину. В сетчатке при постоянном освещении имеет место устойчивое равновесие, при котором скорость распада родопсина равна скорости его восстановления. В темноте скорость регенерации родопсина достигает максимума и глаз приобретает максимальную чувствительность.

Такие перестройки родопсина впервые были исследованы Уолтом, получившим за это Нобелевскую премию в 1966 г.

Регистрация электроретинограмм позволила установить, что сразу после освещения палочки короткой вспышкой света наблюдается ранний рецепторный потенциал (РРП), затем примерно через 1 мс развивается поздний рецепторный потенциал (ПРП). Природа этих потенциалов совершенно различна и ещё недостаточно изучена. Повидимому РРП связан с перемещением родопсина во время конформационных перестроек, а возникновение ПРП связано с движением ионов через мембрану, однако роль ионов в данном случае несколько иная, чем их роль в образовании потенциала действия в нервном аксоне.

Эти импульсы поступают в аксоны зрительного нерва и передаются в центральную нервную систему, где формируется ощущение света.

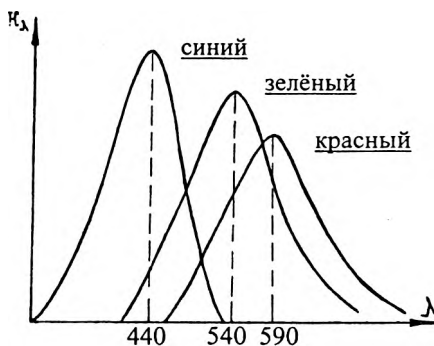


Рис.10

Цветовое зрение обусловлено колбочками. Согласно теории Юнга-Гельгольца, существует три типа колбочек с различными кривыми спектральной чувствительности с максимумами 440, 540 и 590 нм (рис.10). Каждый вид колбочек создаёт ощущение только одного цвета — красного, зелёного или синего.

При одновременном возбуждении рецепторов в мозг поступают сигналы различной интенсивности, которые создают ощущение промежуточных цветов. Всё многообразие цветовых ощущений определяется соотношением между числом импульсов, посылаемыми возбуждёнными колбочками.

Пигмент колбочек содержит также 11-цис-ретиаль, как и родопсин, но белковая часть пигмента отличается, поэтому пигменты колбочек носят название йодопсинов. Они имеют фиолетовую окраску. Каждая колбочка содержит только один вид йодопсина. Поглощение света йодопсинами, как и в случае с родопсином, приводит к появлению потенциалов в колбочках.

Трёх компонентная теория цветного зрения объясняет большинство фактов из физиологии и патологии цветного зрения. При некоторых генетических заболеваниях нарушается синтез белков – йодопсинов, в результате чего не образуется тот или иной пигмент цветового зрения. Человек утрачивает способность различать цвета. Эта болезнь называется дальтонизмом.

ЛЕКЦИЯ №20

ОПТИЧЕСКАЯ И ЭЛЕКТРОННАЯ МИКРОСКОПИЯ. ВОЛОКОННАЯ ОПТИКА.

1. Оптический микроскоп. Ход лучей. Увеличение.

Для получения больших увеличений в качестве лупы следует использовать короткофокусные линзы. Однако такие линзы имеют небольшие размеры, им свойственны значительные aberrации, что накладывает ограничения на увеличения лупы. Значительное увеличение можно осуществить, рассматривая действительное изображение предмета, созданное дополнительной линзой или системой линз. Такой оптической системой является микроскоп в простейшем случае, состоящий из 2-х линз. Лупу в этом случае называют окуляром, а дополнительную линзу или систему линз – объективом. Они располага-

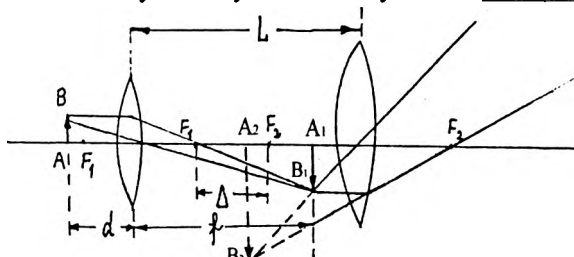


Рис.1

ются друг от друга на расстоянии 15-20 см. Обычно объектив биологического микроскопа состоит из системы короткофокусных линз, которая уменьшает сферическую и хроматическую

aberrации. Окуляр микроскопа состоит из нескольких линз, обычно из двух. Рассматриваемый объект АВ (рис.1) помещается на расстоя-

ние d вблизи фокуса объектива. Его действительное и перевёрнутое изображение A_1B_1 получается на расстоянии l от объектива. Окуляр располагается таким образом, чтобы изображение A_1B_1 находилось между передним фокусом F_2 и окуляром. Его рассматривают в окуляр как в лупу. Окончательное изображение получается мнимым, увеличенным и обратным относительно самого рассматриваемого объекта.

Положение объектива относительно объекта подбирается так, чтобы окончательное изображение A_2B_2 располагалась от глаза на расстоянии наилучшего зрения $a_0 = 25$ см. Расстояние между внутренними фокусами объектива и окуляра называется оптической длиной тубуса (Δ). Оптическая длина тубуса обычно короче геометрической длины L на сумму фокусных расстояний F_1 и F_2 . Увеличение микроскопа равно произведению увеличений объектива и окуляра $\Gamma = \Gamma_{\text{об}} \cdot \Gamma_{\text{ок}}$. Окуляр в микроскопе используется как лупа и его увеличение определяется по формуле $\Gamma_{\text{ок}} = \frac{a_0}{F_2}$. Увеличение же объектива

можно найти, учитывая, что линейное увеличение линзы ($\Gamma = \frac{f}{d}$) рав-

но отношению расстояния от ее оптического центра до изображения (f) и до предмета d . Применяя эту формулу к объективу микроскопа, можно считать, что $d = F_1$, $f = F_1 + \Delta$, или пренебрегая фокусным расстоянием объектива F_1 по сравнению с оптической длиной тубуса (последняя обычно в десять раз больше), можно считать, что $f \approx \Delta$. Тогда увеличение объектива: $\Gamma_{\text{об}} = \frac{F_1 + \Delta}{F_1} \approx \frac{\Delta}{F_1}$. Следовательно, увеличение

микроскопа: $\Gamma = \frac{\Delta \cdot a_0}{F_1 \cdot F_2}$, т.е. увеличение микроскопа равняется отно-

шению произведений оптической длины тубуса на расстояние наилучшего зрения к произведению фокусных расстояний объектива и окуляра.

Увеличение объектива и окуляра называются их собственными увеличениями и указываются на оправе линз.

2. Разрешающая способность и полезное увеличение микроскопа.

Соответствующим подбором линз можно обеспечить весьма большое увеличение микроскопа. Однако на практике редко используют увеличение, превышающее 1500-2000 раз. Это объясняется тем, что возможность различать мелкие детали объекта нарушается дифракционными явлениями, которые ограничивают полезное увеличе-

ние микроскопа. При прохождении света через мельчайшие детали предмета изображение их вследствие дифракции может терять резкость, может возникнуть нарушение геометрического подобия предмета, и, наконец, возможно полное исчезновение изображения. Чтобы детально выяснить причины данного явления, ознакомимся с понятиями: «разрешающая способность», «предел разрешения», «полезное увеличение».

Разрешающая способность (R) – это способность микроскопа давать раздельные изображения мелких деталей рассматриваемого объекта.

Предел разрешения (Z) – это такое наименьшее расстояние между двумя точками объекта, когда эти точки видны в микроскопе раздельно. Разрешающая способность обратна пределу разрешения ($R \sim \frac{1}{Z}$). Разрешающая способность микроскопа обусловлена волновыми свойствами света, поэтому выражение для предела разрешения можно получить учитывая дифракционные явления.

Дифракционная теория разрешающей способности микроскопа разработана Э.Аббе, Л.Мандельштамом и Д.Рождественским. Разрешающая способность микроскопа в целом определяется разрешающей способности объектива, в который непосредственно входят лучи света, дифрагированные на объекте.

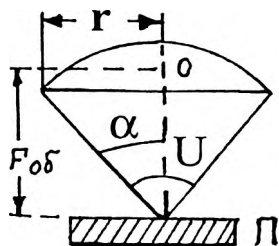


Рис.2

Основным элементом, обуславливающим разрешающую способность объектива, является его апертурный угол α (рис.2), равный половине угла, образованного лучами, идущими от препарата к краям объектива (отверстный угол U). Апертурный угол определяет угловой размер объектива и играет большую роль в достижении большой разрешающей способности микроскопа. Рассмотрим образование с помощью объектива изображения светящегося отверстия

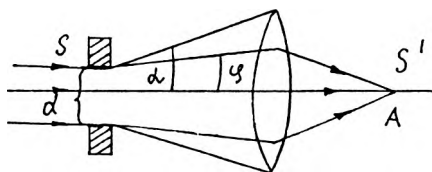


Рис.3

С достаточно малого диаметра d, на которое падает пучок параллельных монохроматических лучей (рис.3). Проходя через отверстие, свет испытывает дифракцию. Объектив собирает лучи и в сопряжённой плоскости образует в точке А изображение отверстия S'.

Возможны два случая:

1) Апертурный угол α объектива больше угла дифракции φ или равен ему ($\alpha \geq \varphi$), тогда все дифрагирующие лучи принимают участие в формировании изображения и оно будет подобно предмету.

2) Апертурный угол $\alpha < \varphi$, тогда не все исходящие из отверстия лучи примут участие в образовании изображения предмета. Изображение не будет полностью геометрически подобно предмету.

Степень нарушения изображения будет зависеть от того, какая часть дифрагирующих лучей не попадает в объектив и не принимает участие в образовании изображения. Угол φ дифракции лучей тем больше, чем больше длина волны λ и чем меньше диаметр d отверстия. Тогда $\varphi \sim \frac{\lambda}{d}$ в предельном случае, когда $\alpha = \varphi$, можно установить

аналогичное соотношение $\alpha \sim \frac{\lambda}{d}$, откуда $d \sim \frac{\lambda}{\alpha}$.

Таким образом, диаметр отверстия, при котором сохраняется подобие изображения предмету, может быть тем меньше, чем короче длина волны и чем больше апертурный угол.

Перенеся рассуждения на условия микрокопирования, можно считать, что диаметр d отверстия соответствует наименьшему размеру структурных деталей препарата, т.е. приравнять его к пределу разрешения объектива микроскопа $Z=d$. Тогда аналогичное утверждение можно привести относительно разрешения объектива.

В теории Аббе в качестве микрокопируемого объекта рассматривается дифракционная решётка. В оптических устройствах, в том числе и в микроскопе, пучки света всегда ограничены, поэтому важно знать, как это повлияет на искажение изображения предмета, какое минимальное количество лучей способно передавать полную информацию о предмете. Аббе в своих опытах экранировал в плоскости F собирающей линзы часть лучей, дающих изображение дифракционной решётки. Он установил, что для разрешения щелей в изображении дифракционной решётки, полученном с помощью линзы на экране, необходимо, чтобы в образовании её изображения участвовали лучи от максимумов нулевого и первого порядков, хотя бы с одной стороны. В предельном случае, согласно Аббе, крайними лучами ограниченного конического светового пучка будут лучи, соответствующие центральному (нулевому) и 1-му главному максимуму. Предел разрешения в этом случае может быть приравнен периоду дифракционной решётки (d). Тогда, используя формулу дифракционной решётки $k\lambda = d \sin \varphi$, ($k=1$; $\varphi=\alpha$; $d=Z$) для перпендикулярного падения лучей в

воздухе можно записать: $Z = \frac{\lambda}{\sin \alpha}$; т.е. предел разрешения при пря-

мом падении лучей численно равен отношению длины волны света к синусу апертурного угла объектива.

Пусть свет падает на дифракционную решётку под углом падения

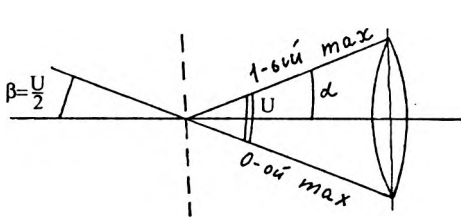


Рис.4

$\beta = \frac{U}{2} = \alpha$, равным апертурному углу (рис.4). В этом случае формула дифракционной решётки будет иметь вид: $d(\sin \beta - \sin \alpha) = \pm k\lambda$. Из

этой формулы при $\beta = \frac{U}{2}$ и

$\alpha = -\frac{U}{2}$ получим $2d \sin\left(\frac{U}{2}\right) = \lambda$ или $Z = \frac{0,5\lambda}{\sin \alpha}$. Если свет распростра-

няется не в воздухе, а в среде с показателем преломления n , то $\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$ (λ – длина волны света в воздухе).

В этом случае предел разрешения запишется:

$$Z = \frac{0,5\lambda}{\sin \alpha} = \frac{0,5\lambda}{n \cdot \sin \alpha}.$$

При другом подходе к выводу формулы для определения предела разрешения при наклонном падении лучей на объектив эта формула имеет вид: $Z = \frac{0,61\lambda}{n \cdot \sin \alpha}$, где величину $A = n \cdot \sin \alpha$ называют числовой апертурой.

Из этой формулы для Z следует, что одним из способов уменьшения предела разрешения является уменьшение длины волны света. В связи с этим применяется ультрафиолетовый микроскоп, в котором микрообъекты исследуются в УФ-свете. В нём используется оптика прозрачная для УФ-лучей (кварцевая оптика), а для фиксации изображения фотопластинка, люминесцентные экраны или электронно-оптические преобразователи.

Другой способ уменьшения предела разрешения – это увеличение числовой апертуры. Её можно увеличить, увеличив апертурный угол. Это можно сделать, приближая предмет к объективу. Однако расстояние предмета от линзы объектива не может изменяться произвольно, оно постоянно для каждого объектива.

Числовая апертура может быть увеличена с помощью специальной жидкой среды – иммерсии в пространстве между объективом и покровным стеклом микроскопа. В иммерсионных системах по сравнению с «сухими» системами получают большую числовую апертуру.

В качестве иммерсионной среды используют воду ($n=1,333$), кедровое масло ($n=1,515$), монокромоафталин ($n=1,66$). При иммерсии свет от предмета до объектива проходит по оптически однородной среде и не даёт потерь на отражение. Это значительно повышает яркость изображения, что имеет весьма существенное значение, особенно для микроскопа с большим увеличением. В современных микроскопах апертурный угол может иметь наибольшее значение 70° . В этом случае предел разрешения оптического микроскопа $0,2 - 0,3$ мкм.

Оценим полезное увеличение оптического микроскопа.

Если предмет имеет размер, равный пределу разрешения Z , а размер его изображения Z' и, если его изображение расположено на расстоянии наилучшего зрения от глаз, то увеличение микроскопа:

$$\Gamma = \frac{Z'}{Z}.$$

Это увеличение называется полезным увеличением микроскопа.

Так как $Z = \frac{0,5\lambda}{A}$, то $\Gamma = \frac{Z' \cdot A}{0,5\lambda}$. Увеличение микроскопа названо

полезным, потому что при нём глаз человека различает все элементы структуры объекта, которые разрешимы микроскопом.

3. Некоторые специальные приёмы оптической микроскопии.

а) Измерение размеров микроскопических объектов.

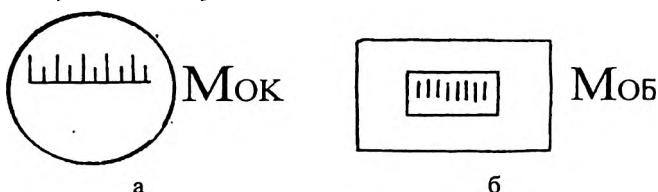


Рис.5

Определение величины микроскопических объектов выполняется с помощью окулярного M_{OK} (рис.5а) и объектного M_{OB} (рис.5б) микрометров, представляющих из себя стеклянные пластины с нанесёнными на них масштабными шкалами. Окулярный микрометр устанавливается в плоскости промежуточного изображения, полученного от объектива. В окуляр наблюдается изображение шкалы, совмещённое с изображением микропируемого объекта.

Если известна цена деления шкалы окулярного микрометра, можно определить размер этого изображения, даваемого объективом, а разделив полученную величину на известное увеличение объектива — действительные размеры объекта.

Если цена деления окулярного микрометра неизвестна, то её можно определить с помощью объектного микрометра $M_{об}$ с известной ценой деления (обычно – 0,01 мм). Объектный микрометр помещают на место предмета. В окуляр наблюдают совмещённые изображения обоих шкал и определяют цену деления окулярного микрометра.

б) Микропроекция и микрофотография.

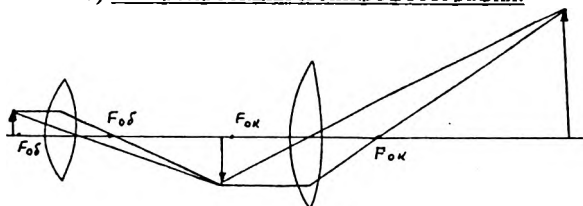


Рис.6

В оптическом микроскопе получается мнимое изображение благодаря тому, что промежуточное действительное изображение, образуемое объективом, располагается между передним фокусом $F_{ок}$ и окуляром. Если придвинуть окуляр так, чтобы изображение, которое даёт объектив, оказалось бы перед передним фокусом окуляра (рис.6), то последний будет давать действительное изображение, которое может быть спроектировано на экран или фотопластинку. Окуляр в этом случае служит проекционной линзой. Можно удалить окуляр и проектировать на экран или фотопластинку действительное изображение, даваемое только объективом, хотя при этом увеличение будет меньшим.

Наблюдение на экране действительного изображения предметов, полученного одним из указанных способов, называется микропроекцией. Фотографирование полученного таким способом действительного изображения называется микрофотографией. Обычно для этого используется специальная фотонасадка к микроскопу, которая представляет собой фотокамеру, надеваемую на окулярный конец тубуса микроскопа. Изображение предмета проектируется на плоскость расположения фотопластинки. Фотонасадка снабжена визуальной трубкой для наблюдения за изображением в процессе съёмки.

Линейное увеличение микрофотонасадки к микроскопу определяется по формуле: $\Gamma_n = n_{об} \cdot n_{ок} \frac{x}{250}$, где x – расстояние в мм от окуляра микроскопа до фотопластинки; 250 – расстояние наилучшего зрения в мм. $n_{об}$ и $n_{ок}$ – увеличение объектива и окуляра.

в) Фазово-контрастный метод.

При прохождении световой волны через прозрачный объект интенсивность света почти не изменяется, но фазы претерпевают изменения, которые зависят от толщины объекта и его показателя преломления. Увидеть детали таких объектов обычным способом практически невозможно. Фазово-

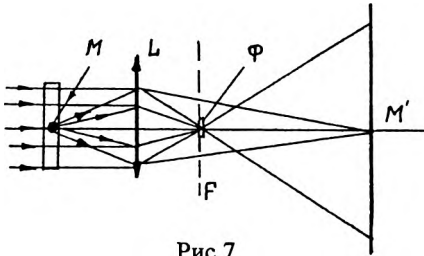


Рис.7

контрастный метод применяется для наблюдения мало-контрастных объектов и основан на использовании разности фаз, которая образуется при прохождении света через различные структуры (участки) исследуемого объекта.

Допустим, что в однородной прозрачной среде объекта с показателем преломления n имеется прозрачное включение M с показателем преломления n_1 , вызывающее дифракцию световых лучей (рис.7). При освещении объекта параллельным пучком лучей, часть его пройдет через среду, сойдется в небольшом участке A фокальной плоскости F объектива, а затем попадут на экран распадающимся пучком. Лучи же, образовавшиеся вследствие дифракции света на неоднородности объекта, падают на объектив в виде расходящегося пучка и после объектива не пройдут через его фокус, а сойдутся на экране в некоторой точке M' , являющейся изображением включения M . Между лучами, падающими на препарат параллельно, и лучами, дифрагируемыми на неоднородности M , будет некоторая разность хода, которая увеличивается с помощью оптического устройства, называемого фазовой пластинкой, до половины длины волны ($\lambda/2$). Вследствие этого в точке M' прямые и дифрагирующие лучи интерферируют и взаимно гасят друг друга. Поэтому изображение включения M наблюдается затемненным на светлом фоне окружающей его среды. Фазовая пластинка Φ представляет собой слой прозрачного вещества определенной толщины с определенным показателем преломления. Пластинка имеет форму кружка очень малого диаметра и устанавливается в фокусе объектива. Через неё проходят только лучи, которые падали на препарат параллельным пучком. Они получают при этом дополнительную разность хода по отношению к лучам, дифрагируемым на неоднородности M . Для фазово-контрастной микроскопии применяют особые объективы, содержащие фазовую пластинку и специальные конденсоры, которые устанавливаются в обычном биологическом микроскопе.

4. Волновые свойства частиц. Электронная микроскопия.

Первым шагом в создании квантовой механики явилось обнаружение волновых свойств микрочастиц.

Французский физик Луи де Бройль в 1924 году пришёл к выводу, что любая движущаяся частица вещества, как и квант излучения, обладает не только корпускулярными свойствами, но и волновыми, которые можно охарактеризовать, сопоставляя частице некоторую волну, длина которой связана с импульсом p частицы таким же соотношением, как и для фотона, т.е.:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\vartheta},$$

где m – масса частицы; ϑ – её скорость; h – постоянная Планка.

Эту волну называют волной де Бройля. Она характеризует волновые свойства движущейся частицы. Длина волны де Бройля весьма мала. Для электрона при $\vartheta = 10^8$ м/с она имеет порядок 7Å ($7 \cdot 10^{-10}$ см), т.е. соответствует длине рентгеновского излучения. Гипотеза де Бройля была столь необычной, что многие крупные физики не придали ей какого-либо значения, однако несколькими годами позже наличие у движущихся частиц волновых свойств было подтверждено экспериментально. В 1927 г. К. Дэвисон и Л. Джермер наблюдали на монокристалле никеля дифракцию электронов.

В более поздних опытах была обнаружена дифракция при пропускании пучка электронов с высокой энергией через металлическую фольгу (поликристаллическое тело). Электроны рассеиваются на фольге и на фотопластине или

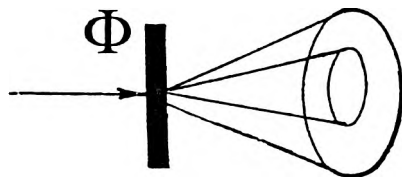


Рис. 8

флуоресцирующем экране образуется дифракционная картина, состоящая из ряда концентрических темных и светлых колец (рис.8). Подобная картина получается при прохождении через

такую же фольгу пучка рентгеновских лучей.

Волновые свойства частиц можно использовать для получения увеличенных изображений предмета. Из сказанного ранее следует, что предел разрешения оптического микроскопа в основном определяется значением длины волны. Уменьшить предел разрешения позволяет электронный микроскоп, в котором носителем информации о предмете является поток электронов, которые, пройдя через вещество, будут рассеиваться по различным направлениям. Найдём зависимость длины волны де Бройля электронов от ускоряющего напряжения:

$$\frac{m\vartheta^2}{2} = eU \text{ откуда } \vartheta = \sqrt{\frac{2eU}{m}}, \text{ но } \lambda = \frac{h}{m\vartheta}, \text{ тогда } \lambda = \frac{h}{\sqrt{2eUm}}.$$

Из формулы для λ можно сделать вывод, что предел разрешения электронного микроскопа зависит от ускоряющего напряжения (остальные величины являются постоянными). Подставив в формулу предела разрешения оптического микроскопа длину волны де Бройля для электронов, получим для электронного микроскопа:

$$Z = \frac{0,5h}{\sqrt{2eUm} \cdot n \cdot \sin \alpha}.$$

Характер рассеивания электронов зависит от структуры слоя вещества, через которые они проходят. Объекты исследования обычно готовятся в виде плёнок, ультратонких срезов и размещаются на специальных рамках или сетках из тончайшей проволоочки, а также плёнках-подложках, не имеющих собственной структуры. Для работы с электронным микроскопом пригодны очень тонкие объекты (5-100 нм), потому что электроны сильно поглощаются и рассеиваются веществом.

Изображение, которое получается на экране или фотопластинке, отобразит структуру объекта. При этом оно может быть значительно увеличено по сравнению с предметом.

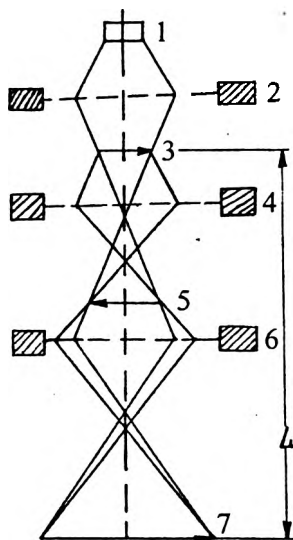


Рис.9

Основное различие оптического и электронного микроскопов состоит в том, что с объектом взаимодействуют не лучи света, а пучок быстрых электронов. Поэтому вместо системы оптических линз в электронном микроскопе движением электронного пучка управляют магнитные или электрические поля (магнитные или электрические линзы). Такие поля получают с помощью катушки с током или системы заряженных электродов. Магнитные линзы более часто употребляются, так как дают меньше искажений. На рис.9 схематически показана электронно-оптическая система простейшего электронного микроскопа с магнитными линзами.

Пучок быстрых электронов из электронной пушки (1) попадает в конденсорную линзу (2), направляющую пучок нужного сечения на исследуемый объект (3). За счёт различной степени рассеяния электронов разными участками объекта, отличающимися толщиной, плотностью или химиче-

ским составом, пучок проходящих через объект электронов несёт на себе информацию об этом объекте. Объектная линза (4) даёт промежуточное (увеличенное в несколько раз) изображение (5) объекта. Проекционная линза (6) образует конечное изображение (7), которое регистрируется фотографическим способом, либо наблюдается визуально на люминесцентном экране в специальное смотровое стекло. Все эти узлы соединены друг с другом, образуя колонку микроскопа, внутри которой поддерживается низкое давление (10^{-2} - 10^{-3} Па). Рабочее напряжение для разгона электронов достигает 50-100 кВ. Максимальное увеличение Γ микроскопа, имеющего кроме конденсатора и объектива, только одну проекционную линзу, определяется фокусным расстоянием f_1 и f_2 объектной и проекционной линз и расстояния L между объектом и плоскостью конечного изображения:
$$\Gamma = \frac{L^2}{4 \cdot f_1 \cdot f_2}.$$

Обычно величины f_1 и f_2 составляют несколько миллиметров, а L равно 1-2 м. Полезное увеличение микроскопов достигает 10^6 , а предел разрешения $Z \approx 0,1$ нм, что в сотни раз лучше, чем у оптического микроскопа. Следует отметить, что применение ускоряющего напряжения, большего 100 кВ, хотя и повышает разрешающую способность микроскопа, но связано с разрушением исследуемого объекта электронами, имеющими большую скорость.

Изображение в электронном микроскопе может формироваться за счёт прохождения электронов сквозь объект и в этом случае микроскоп называется просвечивающим, если же изображение образуется отражёнными от объекта электронами, то микроскоп называется отражательным. Для биологических исследований используются, в основном, просвечивающие микроскопы.

С помощью электронного микроскопа получены уникальные снимки различных клеток, субклеточных структур, вирусов, бактерий. Можно наблюдать крупные органические молекулы (например, РНК при увеличении в 10^5 раз). Электронная микроскопия позволяет изучать строение клеточных мембран, нервных волокон. С помощью электронного микроскопа впервые был увиден ген. Используемый отечественный микроскоп ЭВМ-100-ЛМ даёт максимальное 600000-кратное увеличение и предел разрешения порядка $3 \cdot 10^{-10}$ м (0,3 нм).

5. Волоконная оптика и её применение в эндоскопии.

В начале 50-х годов прошлого столетия в различных отраслях науки и, особенно, в медицину стали внедряться волоконно-оптические элементы, которые способны передавать свет по каналам, называемыми светопроводами.

Волоконной оптикой называется раздел оптики, в котором рассматривается передача света и изображения по светопроводам.

Волоконная оптика основана на явлении полного внутреннего отражения. Свет, падая внутрь прозрачного волокна (или стержня),

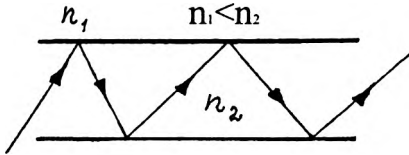


Рис.10

окружённого веществом с меньшим показателем преломления, многократно отражается и распространяется вдоль этого волокна (рис.10). Так как при полном внутреннем отражении коэффициент отражения сравнительно высок ($K=0,9999$), то

потери энергии в волокне, в основном, обусловлены поглощением света внутри волокна. Так, например, в волокне 1 м в видимой области спектра теряется от 30 до 70% энергии светового пучка. Для передачи больших световых потоков и сохранения гибкости светопровода отдельные волокна собираются в пучки (жгуты) – световоды, которые в медицине используются для решения двух задач:

1) передачи световой энергии для освещения холодным светом внутренних полостей;

2) для передачи изображения.

Для решения первой задачи не имеет значения относительное положение отдельных волокон. Во втором случае очень важно, чтобы расположение волокон в жгуте на входе и выходе было одинаковым, так как в противном случае изображение будет искажено. Волоконная оптика позволила модернизировать существующий ранее медицинский прибор – эндоскоп – специальный прибор для осмотра внутренних полостей (желудок, прямая кишка, бронхи и др.), который состоит из двух частей: источника света и смотровой части, содержащей систему линз. Источник света (миниатюрная лампочка) помещён на конце эндоскопа, который вводится внутрь. Используя волоконную оптику, удалось, во-первых, свет от лампочки передать внутрь органа по световоду и тем самым избежать нежелательного нагревания этого органа, которое возникает при помещении источника света внутрь полости в эндоскопе старой конструкции; во-вторых, гибкость волоконно-оптической системы такого эндоскопа допускает осмотр большей части полостей тела человека, чем жёсткие эндоскопы. Гибкий световод состоит из нескольких десятков тысяч стеклянных нитей в общей защитной оболочке.

Волоконный эндоскоп позволяет не только визуально осмотреть желудок, но и произвести необходимые фотоснимки, с целью диагностики. С помощью световодов можно передать лазерное излучение во внутренние органы с целью лечебного воздействия на опухоли.

ЛЕКЦИЯ №21

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ. ФОТОЭФФЕКТ.

1. Характеристики теплового излучения. Абсолютно чёрное тело. Серые тела. Закон Кирхгофа.

Электромагнитное излучение нагретых тел, т.е. излучение, обусловленное возбуждением атомов и молекул тела при соударении их в процессе теплового движения, называется тепловым. Оно присуще всем телам, находящимся при любой температуре, выше нуля Кельвина. При этом каждое тело одновременно излучает и поглощает падающее на него излучение от окружающих тел, и, в конечном итоге, должно прийти в состояние теплового (лучистого) равновесия.

Температура, соответствующая этому состоянию, называется температурой теплового равновесия. Для количественной оценки процессов излучения и поглощения вводится несколько характеристик.

Энергетическая светимость (испускающая способность) R тела – это энергия, испускаемая во всех направлениях с единицы площади тела в единицу времени ($\text{Дж/с}\cdot\text{м}^2$ или Вт/м^2).

Способность тела поглощать энергию оценивается поглощательной способностью тела A – это отношение энергии электромагнитного излучения, поглощённой телом, к энергии излучения, падающей на него (величина безразмерная).

Опыт показывает, что излучательная и поглощательная способность тела зависит от его природы, температуры и при этом является различной для излучений с различной длиной волны. В связи с этим вводится понятие спектральной испускающей (поглощательной) способности.

Спектральной испускающей способностью R_λ называется величина, рассчитанная для узкого интервала длин волн $d\lambda$ (от λ до $\lambda+d\lambda$). Аналогично вводится понятие спектральной поглощательной способности (A_λ). Поглощательная способность всех реальных тел меньше единицы. Так, например, для видимой части спектра поглощательная способность алюминия равна 0,1; меди – 0,5; воды – 0,67.

Воображаемое тело, поглощающее при любой температуре всю падающую на него энергию, называется абсолютно чёрным телом. Поглощательная способность такого тела для всех длин волн одинакова и равна единице: $A=A_\lambda=1$.

Для видимой части спектра телом, близким к абсолютно чёрному, является сажа ($A=0,95$). Абсолютно чёрных тел в природе нет, это понятие – физическая абстракция. Моделью абсолютно чёрного тела яв-

ляется маленькое отверстие (рис.1) в замкнутой непрозрачной полости. Луч, падающий в это отверстие, многократно отражается от стенок

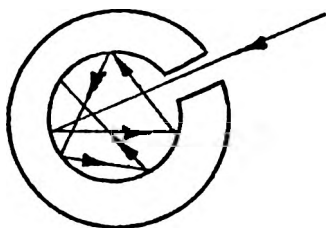


Рис.1

и почти полностью будет поглощён. Тело, поглощательная способность которого меньше единицы и не зависит от длины волны света, падающего на него, называется серым. Серых тел в природе нет, однако, некоторые тела в определённом интервале длин волн излучают и поглощают как серые, так, например, тело человека, имеющее поглощающую способность приблизительно равную

0,9 для инфракрасной области спектра.

Распределение общей энергии сложного электромагнитного излучения между волнами различной длины (распределение энергии излучения “по спектру”), представляет одну из важнейших характеристик излучения.

Закон распределения может быть установлен экспериментально, например, путём разложения излучения в спектр и установления с помощью термпары спектральной испускающей способности $R_{\Delta\lambda}$, приходящийся на каждый достаточно узкий участок $\Delta\lambda$. Затем для каждого участка вычисляется величина $r_\lambda = \frac{R_{\Delta\lambda}}{\Delta\lambda}$, (r_λ — называют спек-

тральной плотностью энергетической светимости тела), которая и откладывается на графике как функция длины волны. Полученная кривая (рис.2) характеризует распределение энергии излучения по спектру при данной температуре T тела. Полная излучательная способность тела R_T (по всем длинам волн) при температуре T находится как площадь, ограниченная всей кривой и осью абсцисс:

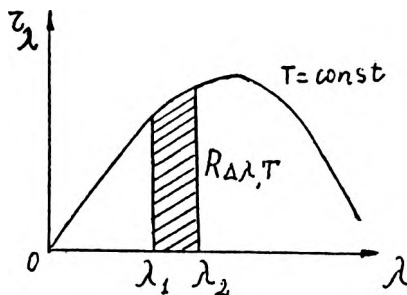


Рис.2

$$R_T = \int_0^{\infty} r_\lambda d\lambda.$$

Выясним связь между излучательной и поглощательной способностью тела. Представим себе изолированную систему из двух тел, имеющих различную температуру и обменивающаяся энергией только путём лучеиспускания и лучепоглощения. Через некоторое время в такой системе установится тепловое равновесие. Обозначим излуча-

тельные способности тел при температуре лучистого равновесия соответственно R' , R'' и A' , A'' . Предположим, что первое тело испускает с единицы поверхности за 1 секунду в n раз больше энергии, чем второе $R' = nR''$. Но, тогда из условия теплового равновесия оно должно и поглощать в n раз больше энергии, т.е. $A' = nA''$. Из этого

следует: $\frac{R'}{A'} = \frac{R''}{A''}$. Если изолированная система состоит из многих тел

и одно из них является абсолютно чёрным, то аналогичное рассуждение приведёт к следующему выводу: $\frac{R'}{A'} = \frac{R''}{A''} = \frac{R'''}{A'''} = \dots = \frac{\varepsilon}{1} = \varepsilon$, где ε

– испускательная способность абсолютно чёрного тела ($A=1$). Эту количественную связь между излучением и поглощением установил в 1859 году Кирхгоф (закон Кирхгофа).

Для всех тел при данной температуре отношение испускательной способности к поглощательной способности есть постоянная величина, равная испускательной способности абсолютно чёрного тела при той же температуре.

Из закона Кирхгофа вытекают 3 важных следствия:

1. Испускательная способность любого тела при данной температуре равна произведению его поглощательной способности на испускательную способность абсолютно чёрного тела при той же температуре: $R=A \cdot \varepsilon$.

2. Испускательная способность любого тела меньше испускательной способности абсолютно чёрного тела при той же температуре ($R=A \cdot \varepsilon$, но $A < 1$, следовательно, $R < \varepsilon$).

3. Если тело не поглощает каких-либо волн, то оно не испускает их ($R_\lambda = A_\lambda \cdot \varepsilon_\lambda$, поэтому $R_\lambda = 0$ при $A_\lambda = 0$).

2. Квантовый характер излучения. Формула Планка.

Законы излучения абсолютно чёрного тела.

Распределение энергии в спектре абсолютно чёрного тела при равновесном излучении и при различных температурах было изучено экспериментальным путём в конце прошлого столетия. При этом были сформулированы два закона теплового излучения.

Излучение абсолютно чёрного тела имеет сплошной спектр. Экспериментальные кривые, приведённые на рис.3 $\left(\varepsilon_\lambda = \frac{\varepsilon_\lambda}{\Delta\lambda} \right)$, позволяют сделать вывод, что существует максимум плотности энергетической светимости, которая с повышением температуры смещается в сторону коротких длин волн. Из рис.3 следует, что полная испускательная

способность абсолютно чёрного тела (площадь, ограниченная кривой и осью абсцисс) увеличивается с ростом температуры абсолютно чёрного тела.

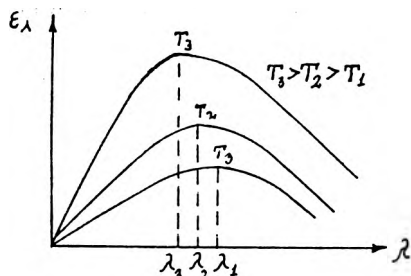


Рис.3

Долгое время затруднялись получить теоретическую зависимость ϵ_λ от длины волны и температуры, которая для абсолютно чёрного тела соответствовала бы эксперименту. В 1900 г. это было сделано М. Планком. В классической физике испускание и поглощение излучения телом рассматривается как непрерывный процесс.

Это положение и не позволило получить теоретически правильную зависимость, соответствующую эксперименту. Планк высказал гипотезу, что абсолютно чёрное тело излучает и поглощает энергию не непрерывно, а дискретными порциями — квантами. Представляя излучающее тело, как совокупность осцилляторов, энергия которых может изменяться на величину $h\nu$, Планк получил формулу:

$$\epsilon_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/kT\lambda} - 1} \quad \text{или} \quad \epsilon_\nu = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (1)$$

где h — постоянная Планка; c — скорость света; k — постоянная Больцмана. Формула (1) описывала экспериментальные кривые, изображённые на рис.3. Из формулы (1) можно получить законы абсолютно чёрного тела, которые были установлены ещё до основополагающей работы Планка.

Зависимость полной (по всему спектру) испускательной способности от температуры описывается законом Стефана-Больцмана (1879г.).

Полная испускательная способность абсолютно чёрного тела прямо пропорциональна четвёртой степени его абсолютной температуры T : $E = \sigma T^4$, где σ — постоянная Стефана-Больцмана ($\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²·К⁴).

Длина волны, которой соответствует максимум энергии, зависит от температуры тела. Эта зависимость установлена законом Вина.

Длина волны, на которую приходится максимум энергии абсолютно чёрного тела, обратно пропорциональна его абсолютной температуре T : $\lambda_m = \frac{b}{T}$, где $b = 2,898 \cdot 10^{-3}$ м·К — постоянная Вина. Этот за-

кон выполняется и для серых тел. Закон Вина называют законом смещения, так как он показывает, что с повышением температуры макси-

мум энергии излучения чёрного тела смещается в сторону более коротких длин волн.

3. Излучение тела человека. Основы термографии.

Тело человека имеет определённую температуру благодаря теплообмену с окружающей средой, осуществляемому посредством теплопроводности, конвекции, испарения, излучения и поглощения. Трудно оценить процентное соотношение между указанными видами теплообмена, т.к. оно зависит от многих факторов: состояния организма (температура, подвижность, эмоциональное состояние), состояния окружающей среды (температура, влажность, движение воздуха), одежды и т.д.

Так как теплопроводность воздуха мала, то этот вид теплообмена существенного значения для организма не имеет. Однако конвекция в воздухе может значительно усиливать теплоотдачу. Большую роль для уменьшения конвекции играет одежда. В условиях умеренного климата 15-20% теплоотдачи человека осуществляется путём конвекции.

Испарение происходит с поверхности кожи и лёгких человека (в среднем за сутки человек выделяет 350 гр. водяного пара), при этом потеря теплоты составляет около 30%.

Потеря теплоты путём излучения составляет наибольшую долю в общем процессе теплообмена (50%). Оно осуществляется с открытых частей тела и через одежду. Основная часть этого излучения относится к инфракрасному излучению (4-50 мкм). При вычислении теплопотерь излучаемые элементы (кожа человека, ткань одежды) принимаются за серые тела и тогда $R = \alpha \sigma T^4 = \delta T^4$, где $\delta = \alpha \sigma$ – приведённый коэффициент излучения, для кожи человека равен $5,1 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$; $\alpha = 0,9$ – коэффициент поглощения.

Если температура тела человека T_1 , то с открытой поверхности всего тела ($S = 1,5 \text{ м}^2$) излучается мощность $P_1 = S \delta T_1^4$. Одновременно человек поглощает часть излучения из окружающей среды. Для одетого человека под T_1 следует понимать температуру поверхности одежды.

Если бы поверхность тела человека имела температуру, равную температуре T_0 воздуха в комнате ($T_1 = T_0$), то излучаемые и поглощаемые мощности были бы равны друг другу и равны $P_0 = S \delta T_0^4$. Если же $T_1 \neq T_0$, то мощность, теряемая человеком при взаимодействии с окружающей средой определяется: $P = P_1 - P_0 = S \delta (T_1^4 - T_0^4)$.

Максимум спектральной плотности тела человека ($t=32^{\circ}\text{C}$ – температура поверхности кожи) в соответствии с законом Вина приходится на длину волны 9,5 мкм (ИК-излучение).

Вследствие сильной температурной зависимости энергетической светимости от T ($R=\delta T^4$) даже небольшое изменение температуры тела человека вызывает значительное изменение мощности излучения. Если температура тела человека изменится на $0,3^{\circ}\text{C}$, т.е. на 1%, то энергетическая светимость изменится на 4%.

У здорового человека распределение температуры на различных участках тела в различных точках весьма характерно и определено. Однако, воспалительные процессы, опухоли и изменение кровообращения могут изменять местное распределение температуры. Так, температура вен зависит от состояния кровообращения, а также охлаждения или нагревания конечностей. Таким образом, регистрация излучения разных участков тела, определение их температуры является диагностическим методом. Этот метод называется термографией. Она абсолютно безвредна для человека и находит широкое применение в клинической практике (выявление очагов воспалительных процессов, выявление нарушений в сосудистой системе, тромбоз глубоких вен, выявление артериальных заболеваний, выявление болевых зон и травм, диагностика онкологических заболеваний). Так с диагностической целью можно проводить фотографирование в ИК-лучах, что позволяет увидеть детали, невидимые глазом на обычной фотографии. На фотографии в ИК-лучах отчётливо видны вены. Такой метод используется при диагностике кожных и сосудистых заболеваний.

В некоторых случаях при термографии используют жидкокристаллические индикаторы, которые очень чувствительны к небольшим изменениям температуры. Визуально по изменению их цвета можно определить местные различия в температуре.

Может быть применён и метод, основанный на использовании тепловизоров. Принцип действия тепловизора с оптико-механической системой сканирования объекта заключается в следующем. В каждый момент времени сканирующая система собирает на высокочувствительный приёмник энергию ИК-излучения. Благодаря сканирующему перемещению оптико-механической системы осуществляется последовательный (как в телевидении) анализ общего поля обзора. Под действием потока излучения, падающего на приёмник, вырабатывается электрический сигнал, который после усиления и обработки подаётся на экран электронно-лучевой трубки, где формируется видимое изображение, отображающее тепловое поле исследуемого объекта. Яркость изображения пропорциональна температуре просканированных участков тела человека.

4. Фотоэлектрический эффект.

Фотоэлектрическим эффектом (фотоэффектом) называют группу явлений, возникающих при взаимодействии света с веществом, заключающихся либо в эмиссии электронов (внешний эффект), либо в изменении электропроводности вещества или возникновении электродвижущей силы (внутренний эффект).

Ещё в 1887 г. в опытах Г. Герца и А.Г. Столетова было установлено, что под действием света металлы испускают электроны. Это явление было названо фотоэффектом.

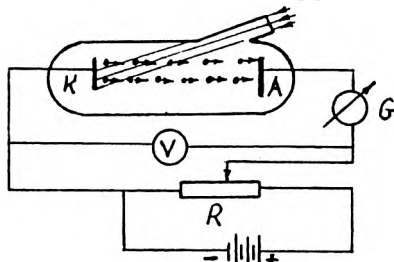


Рис.4

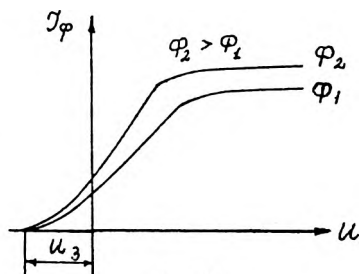


Рис.5

Подробное изучение фотоэффекта было проведено на установке (рис.4) в которой электроды устанавливаются в стеклянную вакуумную камеру с кварцевым окошком для проникновения УФ-лучей. Фототок, образуемый потоком электронов, выбитых УФ-лучами из катода, фиксировался гальванометром. Напряжение на электродах изменялось с помощью потенциометра R и фиксировалось с помощью вольтметра V. На рис.5 даны графики зависимости фототока I_ϕ от напряжения при разных значениях светового потока Φ . Ток вначале растёт, затем остаётся постоянным (фототок насыщения). Значение фототока насыщения определяется количеством электронов, выбиваемых из катода светом в единицу времени:

$$I_H = e n.$$

Поэтому, значение фототока насыщения является мерой фотоэлектрического действия света. Если поменять полярность электродов, то электрическое поле будет тормозить движение электронов, а при некотором значении $U=U_3$ (задерживающее напряжение) даже самые быстрые электроны не достигнут анода, фототок прекратится. Из опыта установлены следующие законы фотоэффекта:

1. Сила фототока насыщения пропорциональна падающему световому потоку $I_H = k\Phi$, где k – коэффициент пропорциональности (фоточувствительность).

2. Максимальная энергия фотоэлектронов линейно возрастает с частотой света и не зависит от интенсивности.

Фотоэффект может быть вызван светом (независимо от его интенсивности), частота которого не ниже некоторой минимальной частоты, характерной для данного вещества катода, и называемой красной границей фотоэффекта ($\nu_{кр}$). Внешний фотоэффект в металле энергетически описывается уровнем Эйнштейна:

$$h\nu = A + \frac{m\vartheta^2}{2},$$

где A – работа выхода электрона из металла; $h\nu$ – энергия фотона; $\frac{m\vartheta^2}{2}$ – кинетическая энергия электрона.

Согласно уравнению Эйнштейна $\nu_{кр}$ соответствует нулевое значение кинетической энергии. В этом случае условием красной границы фотоэффекта будет $h\nu_{кр}=A$, $\nu_{кр} = \frac{A}{h}$ или $\lambda_{кр} = \frac{hc}{A} \left(\frac{m\vartheta^2}{2} = 0 \right)$.

Длина волны $\lambda_{кр}$ и работа выхода для различных металлов будут различными. Эти данные для различных металлов обычно приводятся в таблице.

Внутренний эффект наблюдается в полупроводниках и диэлектриках и состоит в увеличении концентрации свободных носителей заряда внутри вещества, облучаемого светом. При этом электропроводность тела увеличивается. За счёт энергии поглощенного фотона света связанный электрон освобождается и становится электроном проводимости. Иными словами, энергия фотона расходуется на перевод электрона из валентной зоны в зону проводимости. Все полупроводники фоточувствительны, так как энергия фотона видимого света и даже ИК-фотона превышает ширину их запрещённой зоны. Внутренний фотоэффект легко обнаружить на опыте: при включении селеновой пластинки в цепь постоянного тока (рис.6) проводимость её резко увеличивается при её освещении.

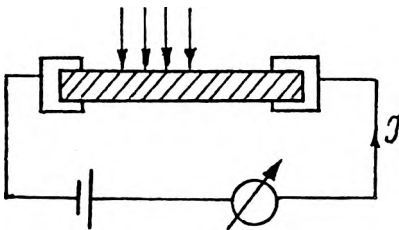


Рис.6

проводность тела увеличивается. За счёт энергии поглощенного фотона света связанный электрон освобождается и становится электроном проводимости. Иными словами, энергия фотона расходуется на перевод электрона из валентной зоны в зону проводимости. Все полупроводники фоточувствительны,

так как энергия фотона видимого света и даже ИК-фотона превышает ширину их запрещённой зоны. Внутренний фотоэффект легко обнаружить на опыте: при включении селеновой пластинки в цепь постоянного тока (рис.6) проводимость её резко увеличивается при её освещении.

5. Практическое применение фотоэффекта.

На явлении фотоэффекта основано действие приёмников излучения – фотоэлементов, преобразующих световой сигнал в электриче-

ский. Ранее других был создан фотоэлемент с использованием внешнего фотоэффекта (рис.7). Он состоит из катода (источника электронов) и анода в виде петли, диска или сетки. Вся система помещена в стеклянный баллон, из которого откачен воздух.

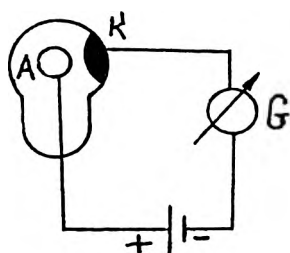


Рис.7

Фотокатод может быть нанесён на внутреннюю поверхность стеклянного баллона в виде слоя металла. Важной характеристикой фотоэлемента является его чувствительность, выражаемая отношением силы фототока к соответствующему световому потоку. Она достигает величины 100 мкА/лм. Низкая фоточувствительность — это основной недостаток вакуумных фотоэлементов.

Этот недостаток устранён в фотоэлектронных умножителях (ФЭУ), в которых кроме внешнего фотоэффекта используется явление вторичной электронной эмиссии. ФЭУ представляет вакуумный элемент (рис.8) с рядом промежуточных электродов (динодов) $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3, \dots$. Под действием света, электроны, вылетающие из катода К, попадают на динод \mathcal{E}_1 , вызывают вто-

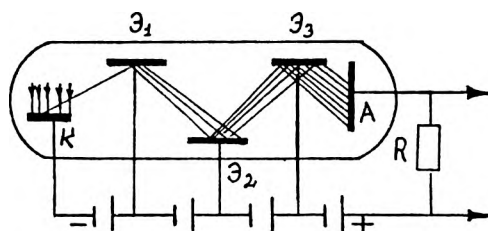


Рис.8

ричную эмиссию электронов (их число в 3-10 раз превышает число падающих электронов). Этот процесс умножения повторяется при дальнейшем попадании электронов на последующие диноды.

Умноженный поток электронов собирается анодом А и образует в цепи нагрузки R ток, превышающий фототок с катода (первичный фототок) в 10^5 - 10^6 раз. Чувствительность ФЭУ достигает 10^3 А/лм. ФЭУ применяется главным образом для измерения малых лучистых потоков. Ими регистрируют сверхслабую биолюминесценцию.

На внешнем фотоэффекте основана работа электронно-оптического преобразователя (рис.9) (ЭОП), предназначенного для преобразования изображения из одной области спектра в другую, а также для усиления яркости изображения.

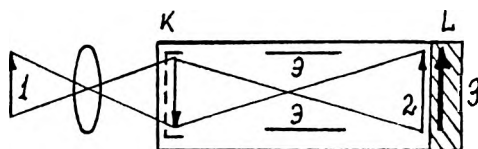


Рис.9

На внешнем фотоэффекте основана работа электронно-оптического преобразователя (рис.9) (ЭОП), предназначенного для преобразования изображения из одной области спектра в другую, а также для усиления яркости изображения.

Световое изображение объекта 1 проецируется на полупрозрачный фотокатод К, преобразуется в электронное изображение. Ускоренные и сфокусированные электрическим полем электродов Э, электроны попадают на люминесцентный экран Л и электронное изображение (2), благодаря катодолюминесценции вновь преобразуется в световое (3). ЭОП применяются для усиления яркости рентгеновского изображения. Это позволяет значительно уменьшить дозу облучения человека. ЭОП способен преобразовывать ИК-излучение в видимое, что можно использовать для термографической диагностики заболеваний.

Внутренний фотоэффект в неоднородных полупроводниках приводит к возникновению между р и n полупроводниками ЭДС под действием света. Это явление называется

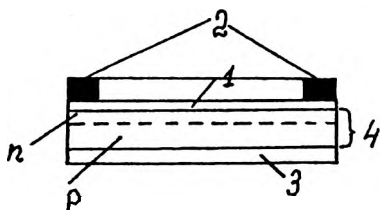


Рис.10

фотогальваническим эффектом и используется в вентильных фотоэлементах (рис.10), которые преобразуют световую энергию в энергию электрического тока. Вентильный селеновый элемент состоит из опорной железной пластинки 3, на которую наносится тонкий слой селена 4, обладающий дырочной (р) проводимости.

На поверхность селена нанесена тонкая прозрачная для световых лучей плёнка золота 1. Атомы золота диффундируют внутрь селена, образуют соединение, обладающее электронной (n) проводимостью. Между полупроводниками с (р) и (n) проводимостью образуется запирающий слой (пунктирная линия), который препятствует проникновению электронов в область с р-проводимостью. Если на фотоэлемент направить поток света, то фотоны будут выбивать электроны из атомов селена, путь которым в сторону железной пластинки преграждает запирающий слой и которые двигаются в сторону плёнки золота, заряжая её отрицательно. Слой селена с р-проводимостью и железная пластинка заряжаются положительно. Между золотой и железной пластинками возникает разность потенциалов, называемая фото-ЭДС. Если соединить золотую и железную пластинки проводником, то по цепи пойдёт фототок. Фототок отводится с помощью электродов: железной пластинки 3 и металлического кольца 2.

Такие фотоэлементы используются в люксметрах для измерения как искусственной, так и естественной освещённости.

ЛЕКЦИЯ №22

ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ. ВЫНУЖДЕННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ.

1. Различные виды люминесценции. Фотолюминесценция.

Правило Стокса.

Все виды самосвечений, кроме свечения нагретых тел, называют холодным свечением или люминесценцией. Под люминесценцией понимают собственное свечение вещества, возникающее под влиянием внешних воздействий. Примером люминесценции может служить свечение при электрическом разряде в газах, при некоторых химических процессах (гниение органических веществ, окисление фосфора), свечение светлячков, морских микроорганизмов, а также некоторых веществ под действием УФ-излучения. Это излучение имеет длительность, значительно превышающую период (10^{-15} с) излучаемых световых волн. Люминесценция происходит одновременно с тепловым излучением и лежит в оптическом диапазоне.

В зависимости от вида возбуждения различают несколько видов люминесценции.

Люминесценция, вызванная заряженными частицами – ионолюминесценция; электронами – катодлюминесценция (свечение экрана электроннолучевой трубки); ядерным излучением – радиолюминесценция; рентгеновским и γ -излучением – рентгенолюминесценция; фотонами видимого и УФ-излучения – фотолюминесценция; электрическим полем – электролюминесценция, частным случаем которого является свечение газов при электрическом разряде. Люминесценцию, сопровождающую экзотермические реакции (реакции, идущие с выделением энергии), называют хемилюминесценцией. К ней относятся, в частности, биолюминесценция – свечение организмов, связанное с процессами их жизнедеятельности (грибы, бактерии, насекомые).

Рассмотрим подробно фотолюминесценцию, под которой подразумевается вторичное свечение вещества, происходящее под действием ультрафиолетового или коротковолновой части видимого излучения. Фотолюминесценцию иногда просто называют люминесценцией и подразделяют на флуоресценцию (кратковременное послесвечение $\tau=10^{-9}$ - 10^{-3} с) и фосфоресценцию (длительность послесвечения до нескольких секунд и долей часа). Начальным актом любой фотолюминесценции является поглощение кванта света $h\nu$ извне и возбуждение атома или молекулы. На рис.1 изображены электронные уровни тирозина и электронные переходы в нём. Если молекула поглощает квант света, то электроны внешних оболочек с основного энергетического уровня S_0 переходят на более высокий энергетический уровень,

например, S_2^* (1) или S_1^* (2). При этом электронные оболочки

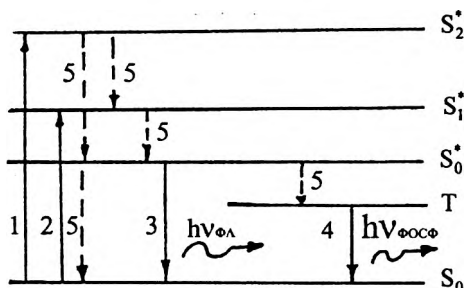


Рис.1

остаются в синглетном состоянии (все электроны спарены и суммарный спиновый момент равен нулю), хотя молекула становится возбуждённой. Величина энергии поглощённого кванта равна разности энергии двух уровней, между которыми осуществляется электронный переход: $h\nu_{\text{погл}} = E_2 - E_0$, т.е. переход

электрона с основного синглетного уровня на возбуждённый синглетный уровень будет соответствовать поглощению света. Таких возбуждённых синглетных уровней молекула может иметь несколько (S_1^* , S_2^* , S_0^*).

Время нахождения молекулы в возбуждённом состоянии является величиной порядка 10^{-9} - 10^{-7} с. Электронная энергия возбуждённой молекулы может расходоваться в результате протекания нескольких процессов. Может передаваться другой молекуле (миграция энергии), может быть использована для увеличения тепловой энергии молекулы. Во всех этих случаях электрон возвращается на основной уровень S_0 , либо на какой-либо уровень, лежащий ниже данного возбуждённого уровня. Переходы, которые сопровождаются превращением энергии в тепло, называется безизлучательным (5).

Кроме того, может наблюдаться процесс свечения молекулы, сопровождающийся переходом электронов с возбуждённых уровней на основной S_0 – люминесценция. Переход электронов с возбуждённых уровней на основной начинается вначале с промежуточного перехода с верхних возбуждённых уровней на самый нижний возбуждённый уровень ($S_2^* \rightarrow S_0^*$; $S_1^* \rightarrow S_0^*$). Избыточная электронная энергия переходит при этом в тепло. Следующий этап перехода с нижнего возбуждённого уровня S_0^* на основной уровень S_0 (3), при этом высвечивается квант люминесценции, энергия которого всегда будет меньше энергии поглощённого кванта на величину $E_{\text{тепл}}$, т.е. $h\nu_{\text{люм}} = h\nu_{\text{погл}} - E_{\text{тепл}}$, т.е. $\nu_{\text{люм}} < \nu_{\text{погл}}$, а $\lambda_{\text{люм}} > \lambda_{\text{погл}}$. Эта зависимость носит название закона (правила) СТОКСА: длина волны света, испускаемого при люминесценции (рис.2) всегда больше длины волны света, который её вызвал (правило смещения СТОКСА). Интенсивность люминесценции

оценивается с помощью квантового выхода люминесценции: $\phi = \frac{n}{N}$, где n - количество квантов люминесценции; N - количество поглощённых квантов в единицу времени.

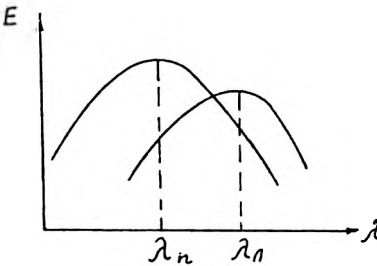


Рис.2

Так как люминесценция всегда наблюдается при переходе с нижнего возбуждённого уровня на основной, то её интенсивность не будет зависеть от того, на какой уровень был заброшен электрон при поглощении света.

Люминесценция, которая наблюдается при переходе электрона с $S_0^* \rightarrow S_0$, называется флуоресценцией и наблюдается только не-

посредственно во время освещения объекта.

У некоторых веществ свечение наблюдается после выключения света, оно обусловлено переходом с триплетного уровня на основной $T \rightarrow S_0$. Триплетный уровень - это такой уровень, на котором имеется два не спаренных электрона и их суммарный спиновый момент может принимать одно из трёх значений: +1; 0; -1. Уровень T расположен несколько ниже S_0^* , его называют запрещённым уровнем, так как сюда электрон не может перейти с уровня S_0 , однако, он может попасть сюда с возбуждённого синглетного уровня. Его путь $S_0 \rightarrow S_1^* \rightarrow T$. При переходе $S_1^* \rightarrow T$ часть его энергии переходит в тепло. При этом спин электрона меняется на противоположный, в результате чего два электрона становятся не спаренными, а молекула превращается в бирадикал. Продолжительность жизни молекулы в триплетном состоянии от 10^{-3} с до нескольких секунд. Люминесценция, которая сопровождается переходом электронов с T на S_0 , называется фосфоресценцией. Так как $E_T < E_{S_0^*}$, то $\lambda_{\text{фосф}} > \lambda_{\text{флюор}}$. Пример: в молекуле тирозина переходу

$S_0 \rightarrow S_2^*$ (1) соответствует максимум в спектре поглощения на длине волны $\lambda_m = 217$ нм. Переходу $S_0 \rightarrow S_1^*$ (2) - $\lambda_m = 275$ нм. Максимум в спектре флуоресценции наблюдается при $\lambda_m = 304$ нм (3). Фосфоресценции соответствует переход $T \rightarrow S_0$ (4), при этом излучается квант с $\lambda_m = 387$ нм.

2. Фотолюминесцентный качественный и количественный анализ биологических систем.

Явление люминесценции лежит в основе метода обнаружения и определения содержания химических компонентов в смеси. Этот метод называется **люминесцентным анализом**. Наличие того или иного компонента (качественный анализ) определяют по окраске люминесцентного излучения, так как максимуму спектра люминесценции соответствует определённый цвет. Количество вещества (количественный анализ) определяют по интенсивности люминесцентного излучения. При люминесцентном анализе для возбуждения молекул вещества чаще всего используется УФ-излучение.

Люминесцентный анализ применяется в самых различных отраслях науки и практики. Отличительной чертой люминесцентного анализа является возможность обнаружить наличие ничтожно малого количества вещества до 10^{-9} г. Большая часть органических соединений (кислоты, алкалоиды, красители) дают при поглощении УФ-излучения характерное свечение. Например, никотин даёт темно-фиолетовое. Люминесцентный анализ чувствителен, не требует разделения смеси, его можно проводить в биологических средах, тканях и других многокомпонентных системах. На основе люминесценции в санитарно-гигиенической практике применяется метод проверки качества и сортировка пищевых продуктов (используется для обнаружения начальной стадии порчи продуктов), сортировка и проверка качества фармакологических средств, растительного волокна (тканей), кожи, обнаружение в них суррогатов или фальсификаций. Фотолюминесценцию дают ткани живого организма, особенно ногти, зубы, непигментированные (седые) волосы, склера, роговая оболочка и особенно хрусталик глаза, а так же другие ткани. Люминесцентный анализ используется для контроля за чистотой реактивов и воды.

В криминалистике облучение УФ-излучением позволяет обнаружить невидимые следы крови, причём свечение крови человека отличается от свечения крови животных и птиц.

По цвету свечения различают живые и мёртвые клетки. Наличие адреналина в крови человека определяется по его характерному зелёно-жёлтому свечению. Люминесцентный анализ применяется и при диагностике заболеваний, особенно кожных (дерматомикозы животных) и других болезней. Так поражённые грибом волосы, чешуйки кожи под УФ-облучением дают ярко-зелёное люминесцентное свечение. Во многих случаях в качестве диагностического приёма пользуются введением в организм люминесцентных красок, которые адсорбируются в тех или иных тканях. Эти ткани затем исследуют под действием УФ-излучения. Например, в вену человека вводят раствор

флюоресцила и через несколько секунд наблюдают яркую возбуждаемую ультрафиолетом зелёную люминесценцию губ и глаз. Этим методом определяется циркуляция крови в области тела с пониженным кровообращением. Проницаемость капилляров можно определить, вводя подкожно люминесцентные красящие вещества. На рис.3 показана схема люминесцентного (флуоресцентного) анализа.

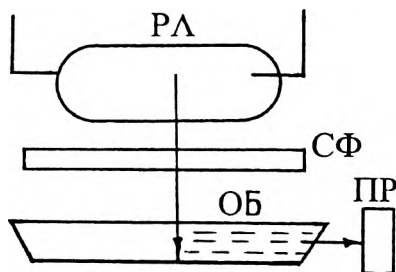


Рис.3

УФ-излучение от ртутной лампы (РЛ) направляется на объект (ОБ) и возбуждает его люминесценцию. Свет люминесценции поступает в приёмник (ПР) — глаз, фотозлемент, фотопластинка, фотоумножитель, где регистрируется. Чтобы видимый свет источника не накладывался на свет люминесценции, применяют светофильтр СФ, пропускающий к объекту только невидимые глазом УФ-лучи.

Люминесцентный анализ можно подразделить на макроанализ и микроанализ. Во втором случае наблюдение проводится при помощи микроскопа. В люминесцентной микроскопии препараты, способные люминесцировать, изучаются под микроскопом при УФ-освещении и использовании соответствующих светофильтров. По виду свечения микропрепаратов, приготовленных из продуктов питания, можно распознать виды возбудителей инфекционных заболеваний: туберкулёза, сальмонеллёза, сибирской язвы.

Люминесцентный анализ можно подразделить на макроанализ и микроанализ. Во втором случае наблюдение проводится при помощи микроскопа. В люминесцентной микроскопии препараты, способные люминесцировать, изучаются под микроскопом при УФ-освещении и использовании соответствующих светофильтров. По виду свечения микропрепаратов, приготовленных из продуктов питания, можно распознать виды возбудителей инфекционных заболеваний: туберкулёза, сальмонеллёза, сибирской язвы.

Следует отметить, что если квантовый выход люминесценции больше 1%, то такие соединения легко обнаруживаются люминесцентным методом. Высоким квантовым выходом обладает триптофан в белках, витамин А, В₆, Е, многие лекарственные вещества. Легко обнаруживаются люминесцентным методом канцерогенные углеводороды в воздухе городов, дыме сигарет и т.д.

Некоторые соединения, не обладающие собственной флюоресценцией, после специальной химической обработки дают продукты с высоким квантовым выходом. Этим методом определяют морфин, героин и другие наркотики, витамины С, Д, В₁₂ и др.

3. Индуцированное излучение атомов.

Излучение одного атома чрезвычайно мало, большого числа атомов крайне неупорядочено. Поиски управления излучением атомов или молекул для получения мощных потоков когерентного излучения

привели к созданию мазеров — молекулярных усилителей, затем лазеров (квантовых генераторов). Именно эти вопросы являются основными в квантовой электронике, которая изучает методы усиления и генерации электромагнитных колебаний с использованием вынужденного излучения квантовых систем.

Ознакомимся с некоторыми явлениями, лежащими в основе квантовой электроники. Эйнштейн доказал, что кроме двух явлений (поглощения и испускания) для атома существует ещё одно — вынужденное или индуцированное излучение, сущность которого заключается в следующем. Фотон света, пролетая мимо возбуждённого атома, превращает его в невозбуждённый атом (если энергия фотона совпадает с энергией возбуждённого атома), который излучает новый фотон. В результате вынужденного квантового перехода от частицы будут распространяться два одинаковых фотона: один — первичный, внешний, а второй — вторичный, излучаемый. Два фотона, пролетая в свою очередь мимо других возбуждённых атомов, переведут их также в нормальное состояние с излучением ещё двух фотонов.

Число вынужденных переходов, совершённых в секунду, будет зависеть от числа фотонов, попадающих в вещество. Кроме того, вынужденный переход будет определяться заполненностью или заселённостью соответствующих энергетических уровней. При таком излучении происходит лавинообразное увеличение числа фотонов, т.е. усиление света. Такое излучение и называется индуцированным. Индуцированное излучение тождественно падающему во всех отношениях, в том числе и по фазе, поэтому можно говорить о когерентном излучении (когерентном усилении). Существование индуцированного излучения было предсказано Эйнштейном теоретически. Его следовало проверить экспериментально.

В атоме «населённость» нижних уровней в соответствии с распределением Больцмана намного больше, чем верхних. Вторичные фотоны, возникающие в результате индуцированного излучения, а также многие фотоны внешнего воздействия будут поглощаться атомами, расположенными на более низких уровнях. В результате поглощение будет больше, чем излучение и усиление света не произойдёт. Чтобы осуществить усиление света, необходимо кроме внешнего воздействия, подобрать такую активную среду, в которой число возбуждённых атомов было бы больше числа невозбуждённых атомов, т.е. распределение в атоме электронов должно быть обратным больцмановскому (инверсия населённости). В качестве активных сред могут использоваться плазма, некоторые газы и их смеси, кристаллические тела, стёкла, жидкости, многие полупроводниковые материалы. По мере распространения света в такой среде интенсивность его будет возрастать.

4. Оптические квантовые генераторы (лазеры).

Явление вынужденного излучения используется в оптических квантовых генераторах (лазерах). Первый такой генератор в диапазоне СВЧ был сконструирован в 1955 году независимо друг от друга советскими учёными Н.Г. Басовым, А.М. Прохоровым и американским учёным И. Таунсом. За эти работы им была присуждена Нобелевская премия. В 1969 году был создан первый генератор видимого диапазона с рубином в качестве рабочего вещества.

Рассмотрим принцип получения индуцированного излучения на примере рубинового лазера, главной частью которого является рубин – кристалл окиси алюминия Al_2O_3 с примесью трехвалентных ионов хрома Cr^{3+} (0,03 – 0,05%). В качестве внешнего воздействия, или так называемой накачки, используется импульсная ксеноновая лампа (ИЛ), спирально расположенная вокруг рубинового стержня. Плазма, возникающая в результате разряда в импульсной лампе, излучает

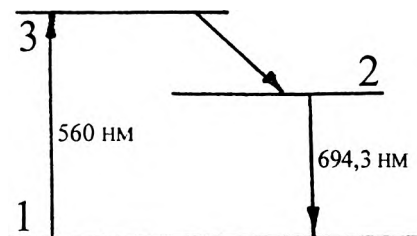


Рис.4

мощный поток света, который поступает в глубину рубинового стержня. Из всего потока света полезными являются лишь зелёные лучи ($\lambda=560$ нм). Они возбуждают атомы хрома (рис.4), перебрасывая их с уровня 1 на уровень 3. На этом уровне многие атомы хрома долго не задерживаются, а переходят на более низкий уровень 2, расположенный близко

к уровню 3. Этот переход безизлучательный (тепловое излучение). В результате такого перехода повышается температура кристаллической решётки рубина. Возбуждённые атомы могут переходить с уровня 1 на уровень 3 за время $t=10^{-6}$; с 3 на 2 ($t=10^{-8}$); с 2 на 1 ($t=10^{-3}$).

Как видно, самое большое время требуется для перехода атомов с уровня 2 на уровень 1, поэтому уровень 2 будет наиболее заселённым возбуждёнными атомами. Этот уровень называется метастабильным (неустойчивым или временно устойчивым). Если фотон внешнего воздействия пролетает мимо возбуждённого атома, находящегося на уровне 2, то атом перейдёт на уровень 1, излучив фотон красного света ($\lambda=694,3$ нм). Возникает когерентное индуцированное излучение.

Кристалл рубина имеет удлинённую цилиндрическую форму, со строго параллельными отшлифованными торцами (представляет зеркальный резонатор). Передний торец его полупрозрачен, а задний не

прозрачен. Длина рубинового стержня ограничена. Использование стержня длиной более 30 см не представляется возможным, т.к. усложняется накачка атомов и фокусировка излучения. Поэтому для увеличения пути фотонов их заставляют многократно отражаться от зеркальных торцовых поверхностей. Поток фотонов, движущийся параллельно оси кристалла, выходит через полупрозрачный торец, фокусируется линзой и направляется на мишень в виде остронаправленного когерентного луча. Оптический квантовый генератор на рубине работает в импульсном режиме. Энергия генерации за время одного импульса накачки достигает 1000 Дж.

Наряду с кристаллическими лазерами широкое распространение получили газовые лазеры, в которых в качестве активной среды используется газ. Достоинством таких лазеров является непрерывность режима излучения. Первый газовый лазер представлял кварцевую трубку, заполненную смесью газов гелия и неона. Возбуждение газа проводилось с помощью высокочастотного (ВЧ) генератора с частотой в несколько десятков мегагерц (в трубку были вмонтированы электроды). Излучающими в нём были атомы неона. Атомы гелия играли вспомогательную роль. На рис.5 изображена упрощённая схема энергетических уровней атомов гелия и неона. При электрическом разряде часть атомов неона с

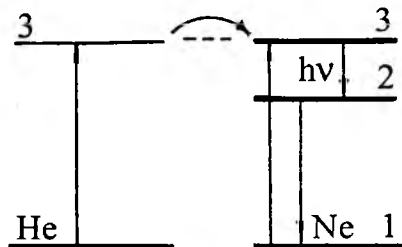


Рис.5

основного уровня 1 переходит на возбуждённый уровень 3. Для чистого неона время жизни на этом уровне мало и атомы переходят на уровни 1 и 2. Для создания инверсии населённости необходимо увеличить населённость уровня 3 и уменьшить на уровне 2. Внесение в смесь гелия создаёт такие условия. Первый возбуждённый уровень гелия совпадает с уровнем 3 неона. Возбуждённые атомы гелия при неупругих соударениях с невозбуждёнными атомами неона переводят их в возбуждённое состояние, а сами возвращаются в исходное состояние. В результате этого удаётся добиться преимущественного заселения верхних уровней рабочего газа-неона. Верхние уровни (2, 3) обладают сложной структурой, они состоят из множества подуровней. Поэтому гелий-неоновые лазеры могут работать на многих длинах волн в области видимого и инфракрасного излучения. Так, красным гелий-неоновым лазером излучается (переход 3→2) длина волны 632,8 нм. Вследствие того, что при однократном прохождении луча в активной смеси он усиливается незначительно, применяют внешние отражающие пластины в виде резона-

на возбуждённый уровень 3. Для чистого неона время жизни на этом уровне мало и атомы переходят на уровни 1 и 2. Для создания инверсии населённости необходимо увеличить населённость уровня 3 и уменьшить на уровне 2. Внесение в смесь гелия создаёт такие условия. Первый возбуждённый уровень гелия совпадает с уровнем 3 неона. Возбуждённые атомы гелия при неупругих соударениях с невозбуждёнными атомами неона переводят их в возбуждённое состояние, а сами возвращаются в исходное состояние. В результате этого удаётся добиться преимущественного заселения верхних уровней рабочего газа-неона. Верхние уровни (2, 3) обладают сложной структурой, они состоят из множества подуровней. Поэтому гелий-неоновые лазеры могут работать на многих длинах волн в области видимого и инфракрасного излучения. Так, красным гелий-неоновым лазером излучается (переход 3→2) длина волны 632,8 нм. Вследствие того, что при однократном прохождении луча в активной смеси он усиливается незначительно, применяют внешние отражающие пластины в виде резона-

торных зеркал. Создаются условия для самовозбуждения и поддержки генерации. Отражающие пластины могут располагаться и внутри газового лазера. Если торцы трубки имеют вид стеклянных пластин, расположенных под углом Брюстера, то выходящий лазерный луч будет не только высокомонокроматичным и узконаправленным, но и поляризованным.

5. Основные свойства лазерного излучения, биофизический механизм его действия, применение в биологии и медицине.

Лазеры за короткий срок со времени их создания нашли широкое применение в биологии и медицине. Применение лазеров основано на свойствах его излучения: строгая монокроматичность ($\Delta\lambda \approx 0,01$ нм), когерентность, узкая направленность (лазерный луч обладает свойством малой расходимости), энергоёмкость. В общем случае расходимость луча оптического квантового генератора определяется явлением дифракции и зависит от диаметра стержня активного вещества

$\theta = \frac{1,22\lambda}{D}$, θ – угловая расходимость луча (в радианах); λ – длина волны излучения; D – диаметр стержня.

Высокая когерентность лазерного луча позволила осуществить принципиально новый метод фотографирования – получение трёхмерного изображения, которое было названо голографическим (от греческого слова holos – весь). Когерентность, узкая направленность и высокая концентрация энергии лазера позволяют использовать его в различных областях науки и техники.

Указанные выше свойства лазерного излучения дают возможность сфокусировать его на весьма мелкие биологические структуры и использовать лазер как исследовательский и микрохирургический инструмент на клеточном уровне. Большой диапазон интенсивности излучения позволяют изменить характер воздействия на биологические объекты от стимулирующего и терапевтического (10^{-3} Вт/см²) до взрывного, сопровождающегося тепловыми (коагуляция), электромагнитными и акустическими процессами и ионизацией (10^7 Вт/см²).

В биологической и медицинской практике производятся исследования по изучению поглощения лазерного излучения тканями человека, животных и растений. Биологическое действие лазера установлено достоверно. Причём отмечено, что возникающие эффекты обусловлены характерными свойствами этого излучения. Поглощаясь в биологических тканях, значительная часть излучения лазера переходит в тепло. В биологических тканях поглощение происходит избирательно, т.к. входящие в состав тканей структурные элементы имеют различ-

ные показатели поглощения и отражения излучения. Термический эффект лазерного излучения зависит как от интенсивности светового потока, так и от степени поглощения его тканью. Поражение ткани при мощном лазерном облучении сходно с ожогом, возникающем под действием токов высокой частоты, но только с резкой границей поражённого участка. Наиболее чувствительны к повышению температуры ферменты, которые при значительном тепловом воздействии разрушаются первыми, биохимические реакции затормаживаются, что может привести к гибели клетки. Биологические ткани, как известно, состоят из различных структур, в них могут происходить процессы многократного отражения излучения лазера (как на микроскопическом, так и на макроскопических уровнях). При этом не исключается вероятность изменения длины волны излучения в сторону её увеличения. В результате полного многократного отражения излучения лазера в определённых участках ткани произойдёт резкое повышение плотности энергии излучения и температуры. Тепловой эффект излучения лазера имеет свою специфичность. При действии излучения лазера перепад температур в очагах нагрева происходит очень быстро. В результате в жидких компонентах клеток и тканей возникает ударная волна, действующая на ткани и органы и приводящая к их повреждению.

Основными областями применения лазеров в медицине является хирургия, офтальмология, онкология. В хирургии применяются CO_2 -лазеры мощностью 30-100 Вт, работающие в непрерывном режиме. Свойства лазерного луча разрушать биологические ткани, совмещённые с коагуляцией белка, позволяет проводить некоторые бескровные рассечения. Лазерный скальпель перед традиционным скальпелем имеет ряд преимуществ. Основными проблемами хирургии является боль, кровотечение и стерильность. Эти проблемы решаются при использовании лазера очень просто: лазерное излучение, в отличие от обычного скальпеля, не может внести инфекцию, оно стерилизует рассекаемые ткани, даже если они уже инфицированы нагноением; потери крови не происходит, поскольку кровеносные сосуды мгновенно закупориваются свернувшейся кровью. Существенно, что лазерный скальпель не оказывает на ткань механического давления, что снижает ощущение боли. Кроме того, с помощью современных эндоскопов и гибких световодов (волоконная оптика) лазерное излучение может вводиться во внутренние полости, благодаря чему становятся возможными остановка внутреннего кровотечения и испарение нагноений без вскрытия органов. Для целей хирургии у нас в стране созданы установки «Скальпель-1» ($P=30$ Вт) и «Ромашка-1» ($P=100$ Вт).

В офтальмологии используются импульсные рубиновые лазеры (длительность импульсов 30-70 нс; $E=0,1 - 0,3$ Дж), которые позво-

ляют без нарушения целостности глаза осуществлять ряд сложных операций: безоперационное лечение отслойки сетчатки, приваривание её к сосудистой оболочке (для этой цели используется прибор – офтальмокоагулятор); лечение глаукомы посредством прокалывания отверстия лазерным лучом, размеры которого 50-100 нм, для оттока внутриглазной жидкости; лечения некоторых видов катаракт и других дефектов радужной оболочки глаза. Для лечения глаукомы были созданы лазерная офтальмологическая установка «Ятаган-1» на основе рубинового лазера.

Используется лазерное излучение и для уничтожения клеток злокачественных опухолей. При разрушении злокачественных опухолей используется свойство неоднородного поглощения лазерного импульсного излучения различными тканями, гистологическими структурами или клетками. Например, некоторые пигментированные опухоли (меланома) поглощают лазерное излучение гораздо интенсивнее, чем окружающие ткани. При этом в некоторых микроскопических объемах ткани молниеносно выделяется тепло с образованием ударной волны, распространяющейся в жидкой среде со скоростью порядка 1500 м/с. При импульсном воздействии высокоэнергетического лазерного излучения на глубине 4-5 мм температура повышается до 55-60⁰С. При использовании лазеров, работающих в непрерывном режиме, температура повышается до 100⁰С. Для воздействия на опухоли используется сфокусированное лазерное излучение ($d=1,5-3$ мм) на поверхности объекта при этом $I=200-900$ Вт/см². Установлено, что лазерное излучение имеет ряд преимуществ перед используемой для лечения рака кожи рентгенотерапией, в частности, существенно снимается число сеансов облучения (до 4 на курс лечения) и в несколько раз уменьшаются затраты. С помощью менее интенсивного излучения можно подавлять рост раковых клеток (лазерная терапия). Для этой цели используется специальная лазерная установка «Пульсатор-1» или аргонные лазеры мощностью до 1 Вт.

ЛЕКЦИЯ №23

РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ.

1. Тормозное и характеристическое рентгеновское излучение, основные свойства и характеристики.

В 1895 году немецкий ученый Рентген впервые обнаружил свечение флуоресцентного экрана, которое было вызвано невидимым для глаза излучением, идущим от участка стекла газоразрядной трубки, расположенного против катода. Этот вид излучения обладал способностью проходить через вещества, непроницаемые для видимого света. Рентген назвал их X-лучами и установил основные свойства, позволяющие применять их в различных отраслях науки и техники, в том числе и в медицине.

Рентгеновским называется излучение с длиной волны $80\text{-}10^{-5}$ нм. Длинноволновое рентгеновское излучение перекрывает коротковолновое УФ-излучение, коротковолновое перекрывается длинноволновым γ -излучением. В медицине используется рентгеновское излучение с длиной волны от 10 до 0,005 нм, чему соответствует энергия фотонов от 10^2 ЭВ до 0,5 МэВ. Рентгеновское излучение невидимо для глаза, поэтому все наблюдения с ним производятся с помощью флуоресцирующих экранов или фотопленок, так как оно вызывает рентгенолюминесценцию и оказывает фотохимическое действие. Характерно, что большинство тел, непроницаемых для оптического излучения, в значительной мере прозрачно для рентгеновского, имеющего свойства общие для электромагнитных волн. Однако, вследствие малости длины волны, некоторые свойства трудно обнаружить. Поэтому волновая природа излучения была установлена значительно позже их открытия.

По способу возбуждения рентгеновское излучение подразделяется на тормозное и характеристическое излучение.

Тормозное рентгеновское излучение обусловлено торможением быстро движущихся электронов электрическим полем атома (ядра и электронов) вещества, через которое они пролетают. Механизм этого излучения можно объяснить тем, что любой движущийся заряд представляет собой ток, вокруг которого создается магнитное поле, индукция (В) которого зависит от скорости электрона. При торможении уменьшается магнитная индукция и, в соответствии с теорией Максвелла, появляется электромагнитная волна.

При торможении электронов лишь часть энергии идет на создание фотона рентгеновского излучения, другая часть расходуется на нагревание анода. Частота (длина волны) фотона зависит от начальной кинетической энергии электрона и интенсивности его торможе-

ния. Причем даже если начальная кинетическая энергия одинакова, то в веществе условия торможения будут различны, поэтому и излучаемые фотоны будут иметь самую разнообразную энергию, а, следовательно, и длину волны, т.е. спектр рентгеновского излучения будет сплошным. На рис.1 показан спектр тормозного рентгеновского излучения при различных на-

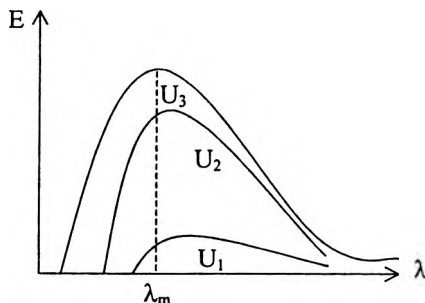


Рис.1

лучения при различных напряжениях $U_1 < U_2 < U_3$, где E - энергия фотона тормозного рентгеновского излучения. В каждом из спектров наиболее коротковолновое излучение возникает, когда вся энергия, приобретенная электроном в ускоряющем поле, полностью переходит в энергию фотона:

$$eU = h\nu_k = \frac{hc}{\lambda_k}.$$

Если U выразить в киловольтах и учесть соотношение между другими величинами, то формула имеет вид: $\lambda_k = 1,24/U$ (нм) или $\lambda_k = 1,24/U$ (Å) ($1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ м}$).

Из приведенных выше графиков можно установить, что длина волны λ_m , на которую приходится максимум энергии излучения, находится в постоянном соотношении с граничной длиной волны λ_k :

$$\lambda_m \approx \frac{3}{2} \lambda_k \approx \frac{1,86}{U} \text{ (нм)}.$$

Длина волны характеризует энергию фотона, от которой зависит проникающая способность излучения при взаимодействии его с веществом.

Коротковолновое рентгеновское излучение обычно обладает большой проникающей способностью и называется жестким, а длинноволновое — мягким. Как видно из приведенной выше формулы, длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения, обратно пропорциональна напряжению между анодом и катодом трубки. Увеличивая напряжение на аноде рентгеновской трубки, изменяют спектральный состав излучения и увеличивают его жесткость.

При изменении напряжения накала (изменяется температура накала катода) изменяется количество электронов, испускаемых катодом в единицу времени, или соответственно сила тока в цепи анода трубки. При этом мощность излучения изменяется пропорционально первой степени силы тока. Спектральный же состав излучения не изменится.

Общий поток (мощность) излучения, распределение энергии по длинам волн, а также граница спектра со стороны коротких длин волн зависит от следующих трех причин: напряжения U , ускоряющего электроны и приложенного между анодом и катодом трубки; количества электронов, участвующих в образовании излучения, т.е. силы тока накала трубки; атомного номера Z вещества анода, в котором происходит торможение электрона.

Поток тормозного рентгеновского излучения вычисляется по формуле: $\Phi = KJU^2Z$, где $K \approx 10^9 \frac{\text{Вт}}{\text{В}^2 \text{А}} = \text{В}^{-1}$,

Z -порядковый номер атома вещества (атомный номер).

Увеличивая напряжение на рентгеновской трубке, можно заметить на фоне сплошного тормозного рентгеновского излучения появление отдельных линий (линейчатый спектр), что соответствует характеристическому рентгеновскому излучению. Оно возникает при переходе электронов между внутренними оболочками атомов в веществе (оболочки K, L, M). Линейчатый характер спектра характеристического излучения возникает вследствие того, что ускоренные электроны

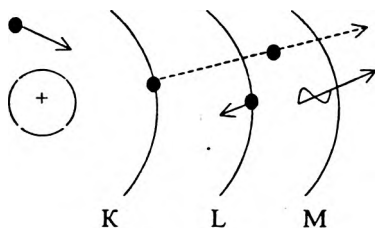


Рис.2

проникают вглубь атомов и из их внутренних слоев выбивают электроны за пределы атома. На свободные места переходят электроны (рис.2) с верхних слоев, в результате чего излучаются фотоны рентгеновского излучения с частотой, соответствующей разности уровней энергии перехода. Линии в спектре характеристического излучения объединяются в

серии, соответствующие переходам электронов с более высоким уровнем на уровне K, L, M.

Внешнее воздействие, в результате которого электрон выбивается из внутренних слоев, должно быть достаточно сильным. В отличие от оптических спектров характеристические рентгеновские спектры разных атомов однотипны. Однотипность этих спектров обусловлена тем, что внутренние слои у разных атомов одинаковы и отличаются лишь энергетически, т.к. силовое воздействие со стороны ядра увеличивается по мере возрастания порядкового номера элемента. Это приводит к тому, что характеристические спектры сдвигаются в сторону больших частот с увеличением заряда ядер. Такая зависимость известна как закон Мозли: $\sqrt{\nu} = A(Z - B)$, где A и B — постоянные; Z — порядковый номер элемента.

Есть еще одно отличие между рентгеновскими и оптическими спектрами. Характеристический спектр атома не зависит от химического соединения, в которое атом входит. Так, например, рентгеновский спектр атома кислорода одинаков для O , O_2 , H_2O , в то время как оптические спектры этих соединений существенно различны. Эта особенность рентгеновских спектров атомов и послужила основанием для названия «характеристические».

Характеристическое излучение возникает всегда, когда имеются в наличии свободные места во внутренних слоях атома независимо от причин, которые его вызвали. Например, оно сопровождает один из видов радиоактивного распада, который заключается в захвате ядром электрона с внутреннего слоя.

2. Устройство рентгеновских трубок и простейшего рентгеновского аппарата.

Наиболее распространенным источником рентгеновского излучения является рентгеновская трубка – двухэлектродный вакуумный прибор (рис.3).

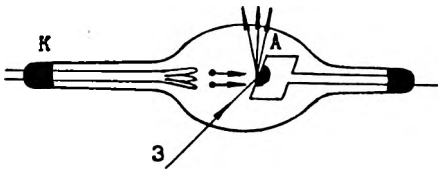


Рис.3

Она представляет собой стеклянный баллон ($P = 10^{-6} - 10^{-7}$ мм. рт. ст.) с двумя электродами – анодом А и катодом К, между которыми создается высокое напряжение. Подогретый катод (К) испускает электроны. Анод А часто называют антикатодом. Он имеет наклонную поверхность для того, чтобы направить возникающее рентгеновское излучение под углом к оси трубки. Анод изготавливается из металла с хорошей теплопроводностью (медь) для отвода тепла, образующегося при ударе электронов. На скошенном торце анода имеется пластина 3 из тугоплавкого металла (вольфрам) с высоким атомным номером, называемая зеркалом анода. В отдельных случаях анод специально охлаждают водой или маслом. Для диагностических трубок важна точечность источника рентгеновских лучей, что можно достигнуть, сфокусировав электроны в одном месте анода. Поэтому конструктивно приходится учитывать две противоположные задачи: с одной стороны электроны должны попадать на одно место анода, с другой стороны, чтобы не допускать перегрева, желательно распределение электронов по разным участкам анода. В связи с этим некоторые рентгеновские трубки изготавливаются с вращающимся анодом.

ет электроны. Анод А часто называют антикатодом. Он имеет наклонную поверхность для того, чтобы направить возникающее рентгеновское излучение под углом к оси трубки. Анод изготавливается из металла с хорошей теплопроводностью (медь) для отвода тепла, образующегося при ударе электронов. На скошенном торце анода имеется пластина 3 из тугоплавкого металла (вольфрам) с высоким атомным номером, называемая зеркалом анода. В отдельных случаях анод специально охлаждают водой или маслом. Для диагностических трубок важна точечность источника рентгеновских лучей, что можно достигнуть, сфокусировав электроны в одном месте анода. Поэтому конструктивно приходится учитывать две противоположные задачи: с одной стороны электроны должны попадать на одно место анода, с другой стороны, чтобы не допускать перегрева, желательно распределение электронов по разным участкам анода. В связи с этим некоторые рентгеновские трубки изготавливаются с вращающимся анодом.

В трубке любой конструкции электроны, ускоренные напряжением между анодом и катодом, попадают на зеркало анода и проникают вглубь вещества, взаимодействуют с атомами и тормозятся полем атомов. При этом возникает тормозное рентгеновское излучение. Одновременно с тормозным образуется небольшое количество (несколько процентов) характеристического излучения. Только 1-2% электронов, попадающих на анод, вызывают тормозное излучение, а остальная часть – тепловой эффект. Для концентрации электронов катод имеет направляющий колпачок. Часть вольфрамового зеркала, на которую падает основная часть электронов, называется фокусом трубки. От его площади (острота фокуса) зависит ширина пучка излучения.

Для питания трубки требуется два источника: источник высокого напряжения для анодной цепи и низкого (6-8 В) для питания цепи накала. Оба источника должны иметь независимую регулировку. Путем изменения анодного напряжения регулируется жесткость рентгеновского излучения, а изменением накала – ток выходной цепи и, соответственно, мощность излучения.

Принципиальная электрическая схема простейшего рентгеновского аппарата приведена на рис.4. В схеме имеется два трансформатора

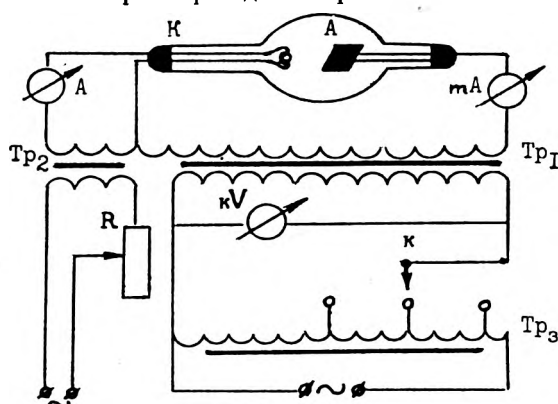


Рис.4

тора Tr.1 высокого напряжения и Tr.2 для питания накала. Высокое напряжение на трубке регулируется автотрансформатором Tr.3, подключенным к первичной обмотке трансформатора Tr.1. Переключателем К регулируется число вивков обмотки автотранс-

форматора. В связи с этим изменяется и напряжение вторичной обмотки трансформатора, подаваемое на анод трубки, т.е. регулируется жесткость.

Ток накала трубки регулируется реостатом R, включенным в цепь первичной обмотки трансформатора Tr.2. Ток анодной цепи измеряется миллиамперметром. Подаваемое на электроды трубки напряжение измеряется киловольтметром kV или о величине напряжения в анодной цепи можно судить по положению переключателя К. Вели-

чина тока накала, регулируемая реостатом, измеряется амперметром А. В рассматриваемой схеме рентгеновская трубка одновременно выпрямляет высокое переменное напряжение.

Нетрудно заметить, что такая трубка излучает только в один полупериод переменного тока.

Следовательно, её мощность будет небольшой. В целях увеличения излучаемой мощности во многих аппаратах используют высоковольтные двухполупериодные рентгеновские выпрямители. Для этой цели используются 4 специальных кенотрона, которые включены по мостовой схеме. В одну диагональ моста включается рентгеновская трубка.

3. Взаимодействие рентгеновского излучения с веществом (когерентное рассеяние, некогерентное рассеяние, фотоэффект).

При падении рентгеновского излучения на какое-либо тело оно в небольшом количестве отражается от него, а в основном проходит вглубь. В массе тела излучение частично поглощается, частично рассеивается, а частично проходит насквозь. Проходя через тело, фотоны рентгеновского излучения, взаимодействуют в основном с электронами атомов и молекул вещества. Регистрация и использование рентгеновского излучения, а также воздействия его на биологические объекты определяется первичными процессами взаимодействия рентгеновского фотона с электронами. В зависимости от соотношения энергии E фотона и энергии ионизации $A_{и}$ имеют место три главных процесса.

а) Когерентное рассеяние.

Рассеяние длинноволнового рентгеновского излучения происходит

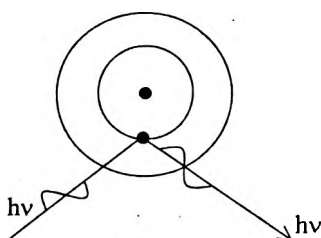


Рис.5

в основном без изменения длины волны, и его называют **когерентным**. Взаимодействие фотона с электронами внутренних оболочек, крепко связанных с ядром, изменяет только его направление, не изменяя его энергии, а значит длины волны (рис.5).

Когерентное рассеяние возникает, если энергия фотона меньше энергии ионизации: $E = hv < A_{и}$. Так как энергия фотона и энергия атома не изменяется, то когерентное рассеяние не вызывает биологического действия. Однако при создании защиты от рентгеновского излучения следует учитывать возможность изменения направления первичного пучка.

б) Некогерентное рассеяние (эффект Комптона).

В 1922 году А. Комптон, наблюдая рассеяние жестких рентгеновских лучей, обнаружил уменьшение проникающей способности рассеянного пучка по сравнению с падающим. Рассеяние рентгеновского излучения с изменением длины волны называется эффектом Комптона.

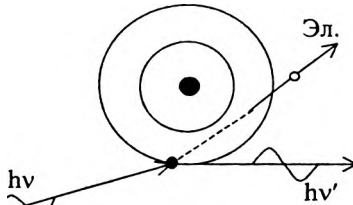


Рис.6

Он возникает при взаимодействии фотона любых энергий со слабо связанными с ядром электронами внешних оболочек атомов (рис.6). Электрон отрывается от атома (такие электроны называются электронами отдачи). Энергия фотона уменьшается $h\nu' < h\nu$ (длина волны соответственно увеличивается), а также изменяется направление его движения. Эффект Комптона возникает, если энергия фотона рентгеновского излучения больше энергии ионизации: $h\nu < A_H$, $h\nu = h\nu' + A_H + E_K$. При этом появляются электроны отдачи с кинетической энергией E_K . Атомы и молекулы при этом становятся ионами. Если E_K значительна, то электроны могут ионизировать соседние атомы путем соударения, образуя новые (вторичные) электроны.

в) Фотоэффект.

Если энергия фотона $h\nu$ достаточна для отрыва электрона, то при взаимодействии с атомом фотон поглощается, а электрон отрывается от него. Это явление называется фотоэффектом. Атом ионизируется (фотоионизация). При этом электрон приобретает кинетическую энергию и, если последняя $\frac{m_e v_e^2}{2} = h\nu - A_H$ значительна, то он может ионизировать соседние атомы путем соударения, образуя новые (вторичные) электроны. Если энергия фотона недостаточна для ионизации, то фотоэффект может проявляться в возбуждении атом или молекулы. У некоторых веществ это приводит к последующему излучению фотонов в области видимого излучения (рентгенолюминесценция), а в тканях – к активации молекул и фотохимическим реакциям.

Фотоэффект характерен для фотонов с энергией порядка 0,5-1 МэВ.

Три основных процесса взаимодействия, рассмотренные выше, являются первичными, они приводят к последующим вторичным, третичным и т.д. явлениям. При попадании рентгеновского излучения в вещество может происходить целый ряд процессов, прежде чем энер-

гия рентгеновского фотона превратится в энергию теплового движения.

В результате указанных выше процессов первичный поток рентгеновского излучения ослабляется. Этот процесс подчиняется закону Бугера. Запишем его в виде: $\Phi = \Phi_0 e^{-\mu x}$, где μ — линейный коэффициент ослабления, зависящий от природы вещества (главным образом от плотности и атомного номера) и от длины волны излучения (энергия фотона). Его можно представить состоящим из трех слагаемых, соответствующих когерентному рассеянию, некогерентному рассеянию и фотоэффекту:

$$\mu = \mu_k + \mu_{нк} + \mu_{\phi}.$$

Так как линейный коэффициент поглощения зависит от плотности вещества, то предпочитают пользоваться массовым коэффициентом

ослабления, который равен отношению линейного коэффициента ослабления к плотности поглотителя и не зависит от плотности вещества $\mu_m = \mu/\rho$. Зависимость потока (интенсивность) рентгеновского излучения от толщины поглощающего фильтра представлена на рис.7 для H_2O , Al и Cu. Расчеты показывают, что слой воды толщиной 36 мм, алюми-

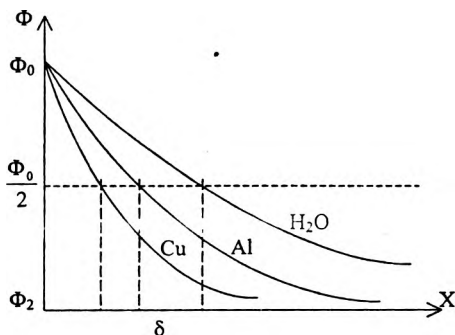


Рис.7

ния 15 мм и меди 1,6 мм уменьшают интенсивность рентгеновского излучения в 2 раза. Эту толщину называют толщиной половинного слоя δ . Если вещество ослабляет рентгеновское излучение наполовину, то $\Phi = 1/2 \Phi_0 (x = \delta)$, тогда $\Phi/\Phi_0 = \frac{1}{2} = e^{-\mu\delta}$, или $e^{\mu\delta} = 2$, $\mu\delta \cdot \lg e = \lg 2$; $\mu\delta \cdot 0,4343 = 0,3010$; $\delta = 0,693/\mu$. Зная толщину половинного слоя можно всегда определить μ . Размерность $\mu = [м^{-1}]$.

4. Использование рентгеновского излучения в медицине (рентгеноскопия, рентгенография, рентгеновская томография, флюорография, рентгенотерапия).

Одним из наиболее распространенных применений рентгеновского излучения в медицине является просвечивание внутренних органов с лечебной целью — рентгенодиагностика.

Для диагностики используются фотоны с энергией 60-120 к эВ. При этом массовый коэффициент поглощения определяется в основном фотоэффектом. Его значение пропорционально λ^3 (в чем проявляется большая проникающая способность жесткого излучения) и пропорционально третьей степени номера атомов вещества – поглотителя: $\mu_m = K\lambda^3 Z^3$, где K – коэффициент пропорциональности.

Тело человека состоит из тканей и органов, имеющих различную поглощающую способность по отношению к рентгеновскому излучению. Поэтому при просвечивании его рентгеновскими лучами получается неоднородное теневое изображение на экране, которое дает картину расположения внутренних органов и тканей. Наиболее плотные поглощающее излучение ткани (сердце, крупные сосуды, кости) видны темными, а мало поглощающие ткани (легкие) – светлыми.

Во многих случаях можно при этом судить об их нормальном или патологическом состоянии. Диагностика заболеваний при помощи просвечивания и называется рентгенодиагностикой. Рентгенодиагностика использует два основных метода: рентгеноскопию (просвечивание) и рентгенографию (снимок). Если исследуемый орган и окружающие его ткани примерно одинаково поглощают поток рентгеновского излучения, то применяют специальные контрастные вещества. Так, например, дают накануне рентгеновского исследования желудка или кишечника кашеобразную массу сульфата бария, в этом случае можно видеть их теневое изображение. При рентгеноскопии и рентгенографии рентгеновское изображение является суммарным изображением всей толщины объекта, через который проходят рентгеновские лучи. Наиболее четко очерчиваются те детали, которые ближе к экрану или пленке, а удаленные становятся нечеткими и размытыми. Если в каком-то органе есть патологически измененный участок, например разрушение легочной ткани внутри обширного очага воспаления, то в ряде случаев этот участок на рентгенограмме в сумме теней может «потеряться». Чтобы сделать его видимым применяют специальный метод – томографию (послойная запись), который позволяет получить снимки отдельных слоев изучаемой области. Такого рода послойные снимки – томографы – получают с помощью специального аппарата, называемого томографом, в котором периодически, совместно, в противофазе перемещают рентгеновскую трубку (РТ) и фотопленку (Фп) относительно области исследования. При этом рентгеновские лучи при любом положении РТ будут проходить через одну и ту же точку объекта (измененный участок), являющуюся центром, относительно которого совершается периодическое движение РТ и Фп. Теневое изображение участка будет зафиксировано на пленке. Изменяя положение «центра качания» можно получить послойные изображения объекта. Используя тонкий пучок рентгеновского излучения, специ-

альный экран (вместо Фп) состоящий из полупроводниковых детекторов ионизирующего излучения, можно с помощью ЭВМ обработать изображение при томографии. Такой современный вариант томографии называется компьютерной томографией. Томография широко применяется при исследовании легких, почек, желчного пузыря, желудка, костей и т.д.

Яркость изображения на экране и время экспозиции на фотопленке зависит от интенсивности рентгеновского излучения. При использовании его для диагностики интенсивность не может быть большой, чтобы не вызвать нежелательного биологического эффекта. Поэтому имеется ряд технических приспособлений, улучшающих яркость изображения при малых интенсивностях рентгеновского излучения. Одним из таких приспособлений является электронно-оптический преобразователь.

Другой пример – флюорография, при котором на чувствительной малоформатной пленке получается изображение с большого рентгенолюминесцирующего экрана. При съемке используют линзу большой светосилы, готовые снимки рассматривают на специальном увеличителе.

Флюорография сочетает в себе большую возможность обнаружения скрытно протекающих заболеваний (заболевания органов грудной клетки, желудочно-кишечного тракта, придаточных пазух носа и т.д.) со значительной пропускной способностью (до 120-150 человек в час), в связи с чем является весьма эффективным методом массового (поточного) исследования.

Поскольку фотографирование рентгеновского изображения при флюорографии производится с помощью фотографической оптики, изображение на флюорограмме по сравнению с рентгеновским является уменьшенным. В связи с этим разрешающая способность флюорограммы (т.е. различимость мелких деталей) меньше, чем обычной рентгенограммы, однако, больше, чем при рентгеноскопии.

Сконструирован аппарат – томофлюорограф, позволяющий получать флюорограммы частей тела и отдельных органов на заданной глубине – так называемые послойные снимки (срезы) – томофлюорограммы.

Рентгеновское излучение используется также и для лечебных целей (рентгенотерапия). Биологическое действие излучения заключается в нарушении жизнедеятельности клеток, особенно быстро размножающихся. В связи с этим рентгенотерапия применяется для воздействия на злокачественные опухоли. Можно подобрать дозу излучения достаточную для полного разрушения опухоли при относительно незначительном повреждении окружающих здоровых тканей, которые вследствие последующей регенерации восстанавливаются.

ЛЕКЦИЯ №24

РАДИОАКТИВНОСТЬ.

1. Основной закон радиоактивного распада. Активность.

Единицы активности.

Радиоактивностью называется свойство неустойчивых ядер некоторых элементов самопроизвольно (т.е. без каких-либо воздействий) превращаться в ядра других элементов с испусканием ионизирующего излучения, называемого радиоактивным излучением. Само явление называется радиоактивным распадом. Радиоактивный распад сопровождается незначительным выделением теплоты.

Различают радиоактивность искусственную и естественную.

Естественная радиоактивность встречается у неустойчивых ядер, существующих в природных условиях. Искусственной называется радиоактивность ядер, образованных в результате различных ядерных реакций. Принципиального различия между естественной и искусственной радиоактивностью нет. Деление это условно, т.к. оба вида радиоактивности подчиняются одним и тем же законам.

Особенностью радиоактивного распада является то, что ядра одного и того же элемента распадаются не все сразу, а постепенно в различные временные интервалы. Момент распада любого ядра не может быть указан заранее, однако, теория позволяет установить вероятность распада одного ядра за единицу времени, т.е. радиоактивный распад – это статистическое явление. При большой совокупности радиоактивных ядер можно получить статистический закон, выражающий зависимость количества не распавшихся ядер от времени.

Пусть за достаточно малый промежуток времени dt распадается dN ядер. Это число пропорционально интервалу времени dt , а также общему числу радиоактивных ядер, ещё не распавшихся к началу данного промежутка времени:

$$dN = -\lambda N dt, \quad (1)$$

где λ – постоянная распада (характеризует вероятность распада ядра в единицу времени и различная для различных радиоактивных ядер). Размерность постоянной распада s^{-1} . Знак минус указывает на убывание со временем величины N , т.е. $dN < 0$. Выражение (1) представляет дифференциальное уравнение 1-го порядка с разделяющимися переменными. Разделим переменные и проинтегрируем с учётом того, что нижние пределы интегрирования соответствуют начальным условиям: при $t=0$, $N=N_0$, где N_0 – начальное количество радиоактивных ядер:

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt; \quad \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t; \quad \ln \frac{N}{N_0} = \ln e^{-\lambda t}; \quad \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t};$$

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}, \quad (2)$$

т.е. число радиоактивных ядер, которые ещё не распались, убывают по экспоненциальному закону. Выражение (2) и есть основной закон радиоактивного распада. Если есть необходимость вычислить количество ΔN ядер, распавшихся к некоторому моменту времени t , то очевидно: $\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$.

Скорость распада различных радиоактивных элементов характеризуют периодом полураспада T . Это время, в течение которого распадается половина исходного количества радиоактивных ядер (рис.1). Установим связь между T и λ . Период полураспада можно определить из следующих соображений: при $t = T$; $N = \frac{N_0}{2}$;

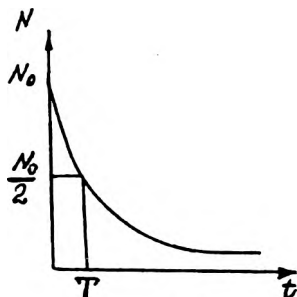


Рис.1

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda T}; \quad \frac{1}{2} = e^{-\lambda T}; \quad 2 = e^{\lambda T};$$

$$\ln 2 = \lambda T; \quad 0,693 = \lambda T; \quad T = \frac{0,693}{\lambda}.$$

Период полураспада для различных элементов имеет значение от долей секунды до миллионов лет. Соответственно радиоактивные изотопы разделяются на короткоживущие (часы, дни) и долгоживущие (годы). Примеры: период полураспада Урана $T=4,51 \cdot 10^9$ лет; Лития $T=0,89$ секунды. Радиоактивные элементы чернобыльского выброса имеют период полураспада: ^{239}Pu - 26400 лет; ^{137}Cs - 27 лет; ^{90}Sr - 28 лет.

В условиях, когда радиоактивное излучение используется для каких-либо целей (например, в медицине), необходимо знать общее количество распадов в единицу времени в данном количестве (массе) радиоактивного элемента. Эта величина есть скорость распада и называется активностью (A). Она является существенной характеристикой радиоактивного препарата: $A = -\frac{dN}{dt}$, т.к. $-\frac{dN}{dt} = \lambda N$ и $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$, то $A = \lambda N_0 \cdot e^{-\lambda t}$. Начальная активность ($t=0$) $A_0 = \lambda N_0$. Тогда $A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} = A_0 \cdot e^{\frac{-0,693}{T} t}$. Активность, рассчитанная на единицу массы изотопа, называется удельной активностью. Для растворов под

удельной активностью понимают активность 1 мл радиоактивного раствора.

Активность препарата тем больше, чем больше радиоактивность ядер и чем меньше их период полураспада. Активность препарата во времени убывает по экспоненциальному закону.

Единица активности – Беккерель (Бк), что соответствует активности нуклида в радиоактивном источнике, в котором за 1 секунду происходит 1 акт распада.

Наиболее употребляемой единицей является Кюри (Ки):

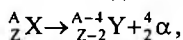
$$1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}.$$

Кроме этого существует ещё одна внесистемная единица – Резерфорд (Рд): $1 \text{ Рд} = 10^6 \text{ Бк} = 10^6 \text{ с}^{-1}$.

2. Основные виды радиоактивного распада.

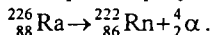
Под общим названием радиоактивного излучения объединяются 3 вида излучения, различных по природе, но имеющих некоторые общие свойства. Они исторически были названы альфа-, бета- и гамма-лучами.

Альфа-излучение – это поток частиц с высокой кинетической энергией. Альфа-распад состоит в самопроизвольном превращении ядра с испусканием α -частицы (ядра гелия). Схема α -распада с учётом правила смещения записывается в виде:



где X – символ исходного (материнского) ядра; Y – символ ядра – продукта распада (дочернее ядро).

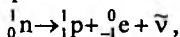
В связи с выбрасыванием α -частицы заряд ядра и соответственно атомный номер элемента уменьшается на две единицы, а массовое число на четыре единицы. Следовательно, вторичный элемент сдвигается в таблице Менделеева на два номера влево, а атомная масса его становится меньше на четыре единицы. Примером α -распада может служить распад радия, при котором образуется радон:



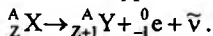
При этом излучается γ -фотон. При α -распаде дочернее ядро может находиться не только в нормальном, но и в возбуждённом состоянии, а, так как эти состояния дискретны, то и значения энергии α -частиц, вылетающих из разных ядер одного и того же радиоактивного вещества, дискретны. Энергия возбуждения дочернего ядра чаще всего выделяется в виде γ -фотона. Именно поэтому α -распад сопровождается γ -излучением. Скорость вылета α -частиц из ядра имеет значение $(1,4 - 2) \cdot 10^7 \text{ м/с}$, что соответствует начальной кинетической энергии 4 – 8,8 МэВ. Альфа-частицы, испускаемые определённым элемен-

том, составляют несколько групп с близкой энергией, поэтому спектр α -излучений состоит из нескольких близко расположенных линий.

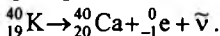
Бета-распад происходит у ядер, неустойчивость которых связана с определённым соотношением числа протонов и нейтронов. Если в ядре имеется избыток нейтронов, то происходит электронный β -распад ядра, при котором один нейтрон превращается в протон, при этом в ядре рождается электрон:



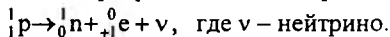
где $\bar{\nu}$ - антинейтрино (элементарная частица). Электрон выбрасывается из ядра и в нём остаётся более устойчивый комплекс нуклонов. Электронный β -распад описывается уравнением:



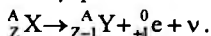
При этом заряд ядра, а соответственно атомный номер элемента увеличивается на единицу, т.е. вторичный элемент сдвигается в таблице Менделеева на один номер вправо, массовое его число остаётся без изменения. Пример:



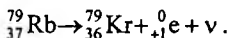
Если в ядре избыток протонов, то происходит позитронный β -распад, при котором один из протонов превращается в нейтрон, при этом в ядре образуется позитрон:



Позитрон выбрасывается, в ядре образуется более устойчивый комплекс нуклонов. Позитронный β -распад описывается уравнением:



Заряд ядра, а соответственно атомный номер элемента изменяется на единицу, и вторичный элемент сдвигается в таблице Менделеева на один номер влево, массовое число его остаётся неизменным. Пример:



Начальная скорость и соответственно кинетическая энергия β -частиц могут значительно отличаться. Наибольшая начальная скорость имеет порядок $1,6 \cdot 10^8$ м/с, а энергия β -частиц может быть в пределах от десятых и сотых долей МэВ до 10-12 МэВ. Энергетический спектр β -частиц сплошной, т.е. их энергия может принимать различные значения. Для того чтобы объяснить различие в энергии β -частиц при распаде ядра одного и того же элемента, В. Паули предположил в 1939 году, что при β -распаде наряду с β -частицей из ядра выбрасываются нейтральные частицы нейтрино и антинейтрино с массой равной примерно 1/2000 массы покоя электрона и имеющие энергию, которая в сумме с энергией β -частицы составляют некоторую постоянную величину, характерную для данного вещества. Причём, эта энергия у разных ядер делится между бета- и этими частицами в разнообразных соотношениях. Это объясняет сплошной спектр β -частиц.

При испускании β -частиц, также как и при α -распаде, ядра атомов могут находиться в возбуждённом состоянии. Переход их в невозбуждённое состояние (иногда ступенчато) сопровождается испусканием γ -квантов с энергией от 0,2 до 3 МэВ. Спектр γ -излучения линейчатый. γ -излучение возникает не только при α - и β -распадах. При столкновении ядра с частицей оно может перейти в возбуждённое состояние, а затем, возвращаясь в основное состояние, излучать γ -фотон.

Существует третий вид β -распада, который называется – электронный или e-захват. Он заключается в том, что ядро захватывает один из внутренних электронов, находящихся на K, L, M оболочках, в результате чего протон ядра превращается в нейтрон: ${}^1_1\text{p} + {}^0_{-1}\text{e} \rightarrow {}^1_0\text{n} + \nu$.

При электронном захвате освобождается место в электронной оболочке, поэтому этот вид радиоактивности сопровождается характеристическим рентгеновским излучением.

3. Методы получения радионуклидов.

Взаимодействие атомного ядра с элементарной частицей или с другим ядром элемента, в результате которого это ядро превращается в ядро другого элемента, называется ядерной реакцией. Ядерные реакции позволяют получить из одних химических элементов другие элементы путём воздействия на ядро атома. Эффективным средством такого воздействия оказалось бомбардировка ядер частицами высоких энергий. Впервые ядерную реакцию осуществил Резерфорд в 1919 году. При бомбардировке ядер азота α -частицами, образующимися при распаде радия, происходило превращение ядер азота в ядра изотопа кислорода с выбрасыванием протонов: ${}^{14}_7\text{N} + {}^4_2\alpha \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + {}^1_1\text{p}$.

Краткая запись реакции: ${}^{14}\text{N}(\alpha, \text{p}){}^{17}\text{O}$.

Основным правилом при составлении уравнения ядерной реакции является равенство в обеих его частях суммы верхних (массовых чисел) и нижних (атомных номеров) индексов. Это является выражением законов сохранения массы и зарядов частиц, участвующих в реакциях.

Сокращённая запись состоит из четырёх символов: исходное ядро (ядро-мишень), в скобках бомбардирующая частица, и другая образующаяся частица (или частицы), за скобками ставится символ ядра – продукта реакции (атомный номер элемента обычно не ставится).

Первоначально в качестве бомбардирующих частиц использовались α -частицы радиоактивного излучения. В 1932 году английским физиком Д. Чедвиком был открыт нейтрон. Нейтрон – стабильная, нейтральная частица, однако в свободном состоянии он долго не существует. При столкновении с ядром какого-либо элемента нейтрон

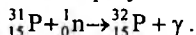
поглощается им и вызывает ядерную реакцию. Например: ${}^{14}_7\text{N} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{11}_5\text{B} + {}^4_2\alpha$ или ${}^{14}\text{N}(\text{n}, \alpha){}^{11}\text{B}$.

Ядерные реакции под действием нейтронов имеют наибольшую вероятность. Не имея электрического заряда, нейтроны свободно пролетают электрические оболочки атомов и, соударяясь с ядрами, чаще вызывают ядерные реакции.

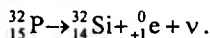
В дальнейшем стали использовать и другие заряженные частицы, предварительно сообщая им большую скорость (кинетическую энергию) в специальных ускорителях, например, в циклотронах.

Все ядерные реакции сопровождаются испусканием тех или иных элементарных частиц (в том числе и γ -фотонов). Продукты многих ядерных реакций являются радиоактивными, их называют искусственными радиоактивными изотопами (радионуклидами). Явление искусственной радиоактивности было открыто в 1934 году известными физиками Фредериком и Ирен Жолио-Кюри.

Примером получения радиоактивных изотопов (радионуклидов) может служить реакция захвата нейтронов фосфором ${}^{31}_{15}\text{P}$. При этом захвате излучается γ -фотон и образуется радиоактивный изотоп фосфора:



Распад ядра полученного изотопа ${}^{32}_{15}\text{P}$ сопровождается испусканием β -частицы (одновременно с ней испускается нейтрино) и образованием стабильного изотопа кремния:



Как и естественным радиоактивным элементам, искусственным изотопам свойственны α -, β - и γ -распады.

Радиоактивные изотопы в небольших количествах получают в ускорителях (например, циклотрон) с помощью дейтронов (ядер тяжёлого водорода) d.

В промышленном масштабе искусственные радиоактивные изотопы получают путём облучения (главным образом нейтронного) соответствующих химических элементов в ядерном реакторе.

Кроме облучения нейтронами, радиоактивные изотопы получают в реакторах путём выделения их из продуктов деления ядер урана. Таким образом, получается, например, широко применяемый в медицине радиоактивный йод ${}^{131}_{53}\text{I}$.

В настоящее время получено по несколько радиоактивных изотопов для каждого химического элемента, их общее число превышает 1500. Многие из них широко применяются в качестве меченых атомов в различных отраслях человеческой деятельности, в том числе и в медицине.

4. Взаимодействие ионизирующего излучения с веществом.

В связи с общим характером первичного действия на вещество α , β и γ излучение, жёсткое рентгеновское излучение, а также потоки протонов и нейтронов объединяются под общим названием ионизирующего излучения. Заряженные частицы и γ -фотоны, распространяясь в веществе, взаимодействуют с электронами и ядрами, в результате чего изменяется состояние, как вещества, так и частиц.

К основным свойствам радиоактивных излучений относятся проникающая и ионизирующая способности.

Ионизирующая способность излучения оценивается линейной плотностью ионизации – i : $i = dn/dl$, где dn – число ионов одного знака, образованных частицей на элементарном пути dl . На практике эта величина оценивается количеством пар ионов, образованных частицей на 1 см пробега.

Ионизирующая способность оценивается так же линейной тормозной способностью вещества – S : $S = dE/dl$, где dE – энергия, теряемая заряженной ионизирующей частицей при прохождении элементарного пути dl в веществе. Так как для ионизации одной молекулы требуется энергия 34 эВ, то значение S можно рассчитать, зная линейную плотность ионизации.

Проникающая способность излучения оценивается длиной свободного пробега или средним линейным пробегом R – это среднее расстояние, которое проходит частица в веществе, пока она способна ионизировать. Чем больше заряд и масса частицы, тем больше её способность ионизировать вещество и тем меньше её средний пробег. Средний линейный пробег α -частицы в живом организме – 10-100 мкм; β -частицы – 10-15 мм; γ -излучение проникает на большую глубину или пронизывает тело человека насквозь. Свойства ионизирующих частиц приведены в таблице 1.

ТАБЛИЦА 1

Вид излучения	Средняя энергия, МэВ	Линейная плотность ионизации – i , пар/см	Средний линейный пробег – R , м	
			в воздухе	в веществе
α	4 – 8,8	$3 \cdot 10^4$	$(2 - 8) \cdot 10^{-2}$	—
β	0,01 – 10	50 – 250	10	$1,5 \cdot 10^{-2}$
γ	0,2 – 3	300	300	около 1

Выбитые при ионизации электроны могут выбивать вторичные электроны, обладающие энергией, достаточной для последующей ионизации вещества. Эти вторичные процессы могут вызывать характере-

ристическое рентгеновское излучение, радиолюминисценцию, химические процессы.

γ -фотоны, вызывая незначительную первичную ионизацию, порождают вторичную, в результате которой полный ионизационный эффект может быть весьма значительным.

Вследствие различных ионизирующих и проникающих способностей радиоактивных излучений способы защиты от них различны: для защиты от α -частиц достаточно слоя бумаги, одежды; от β -излучения можно защититься сантиметровым слоем дерева, стекла или любого лёгкого металла; для защиты от γ -излучения применяются толстые (до метра) слои воды, бетона, кирпичные стены, а также пластины свинца толщиной до 10 см.

Кроме ионизации частицы способны вызывать и другие процессы.

α -частицы могут взаимодействовать с ядрами, вызывая ядерные реакции, хотя этот процесс более редкий, чем ионизация.

β -частицы при торможении могут создавать тормозное рентгеновское излучение.

При попадании позитрона в вещество с большой вероятностью происходит такое его взаимодействие с электроном, после которого возникают два γ -фотона, которые имеют энергию не менее энергии покоя электрона – 0,51 МэВ (реакция аннигиляции): ${}^0_{-1}e + {}^0_{+1}e \rightarrow \gamma + \gamma$.

Для α - и β -частиц возможны процессы рассеяния, в результате чего их путь в веществе сильно искривляется.

При попадании γ -излучения в вещество наряду с процессами, характерными для рентгеновского излучения (когерентное рассеяние, эффект Комптона, фотоэффект), возможны и другие процессы.

При взаимодействии γ -фотонов большой энергии с атомными ядрами возможна фотоядерная реакция. Для её возникновения энергия γ -фотона должна быть не меньше энергии связи, приходящейся на нуклон.

При энергии γ -фотона более 1,2 МэВ (не меньше суммарной энергии покоя электрона и позитрона) возможна реакция рождения пары электрон-позитрон: $\gamma \rightarrow {}^0_{-1}e + {}^0_{+1}e$.

Ослабление потока γ -излучения в веществе описывается законом $\Phi = \Phi_0 \cdot e^{-\mu x}$, где μ – линейный коэффициент поглощения, который можно представить как сумму соответствующих коэффициентов поглощения, учитывающих три процесса взаимодействия – фотоэффект ($\mu_{\text{ф}}$), комптон-эффект или некогерентное рассеяние ($\mu_{\text{нк}}$) и образование пар электрон-позитрон ($\mu_{\text{п}}$): $\mu = \mu_{\text{ф}} + \mu_{\text{нк}} + \mu_{\text{п}}$.

При действии на вещество потока нейтронов могут происходить: упругое соударение с ядром и вторичная ионизация, неупругое соударение с ядром с испусканием γ -кванта, захват нейтрона ядром с обра-

зованием радиоактивного изотопа. Последний эффект может быть причиной образования в организме радиоактивных изотопов: ${}^1\text{H}(n,\gamma){}^2\text{H}$; ${}^{23}\text{Na}(n,\gamma){}^{24}\text{Na}$; ${}^{31}\text{P}(n,\gamma){}^{32}\text{P}$ и ряда других реакций.

Следует отметить взаимодействие радиоактивных излучений с водой, при котором происходит химическое превращение, называемое радиолизом воды. В результате такого взаимодействия возможно образование возбуждённых молекул (H_2O^*), ионов (H_2O^+), радикалов (например, $\dot{\text{H}}$, $\dot{\text{OH}}$), перекиси водорода (H_2O_2). Эти высокоактивные в химическом отношении соединения могут взаимодействовать с другими молекулами биохимической системы, что приведёт к нарушению нормального функционирования мембран, клеток и органов.

5. Использование радионуклидов в медицине.

Медицинское применение радионуклидов может быть представлено двумя группами методов: использование с диагностическими и исследовательскими целями (меченые атомы) и применение их с лечебной целью. Ко второй группе относится и бактерицидное действие излучения.

Метод меченых атомов заключается в том, что в организм вводятся радионуклиды и определяются их местонахождение и активность в органах и тканях. Например, для диагностики заболевания щитовидной железы в организм вводят радиоактивный йод ${}^{131}_{53}\text{I}$, ${}^{125}_{53}\text{I}$, часть которого концентрируется в железе. Счётчик, расположенный вблизи неё, фиксирует скорость накопления йода, на основании которой можно делать диагностические выводы о состоянии щитовидной железы. Рак железы может давать метастазы в разные органы, о чём может дать информацию накопление радиоактивного йода в этих органах.

Для обнаружения распределения радионуклидов в организме применяется гамма-топография, которая осуществляется с помощью гамма топографа. Сканирующий счётчик постепенно проходит большие участки над телом. Автоматически фиксируется интенсивность излучения препарата, например, штрихами на бумаге (рис.2) в местах нахождения препарата. Гамма-топограф даёт относительно грубое распределение радиоактивного

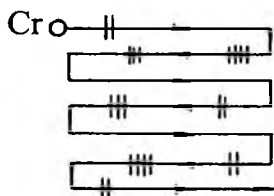


Рис.2

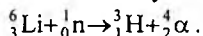
препарата в органах. Более точные сведения даёт автораддиография. На биологическую ткань наносят слой фотозмульсии. Содержащиеся в объекте радионуклиды наносят след на фотозмульсии, как бы фотографируя себя. Полученный снимок называется автораддиограммой.

В организм радиоактивные атомы вводят в таком небольшом количестве, что ни они, ни продукты их распада не оказывают вредного воздействия. Применяя радиоактивные изотопы, можно изучить распределение крови и других биологических жидкостей в организме. Для этого, например, вводят определённое количество радиоактивного индикатора в кровь и, выдержав время для его равномерного распределения по кровеносной системе, можно по активности единицы объёма крови найти её общий объём.

Метод меченых атомов также позволяет диагностировать заболевания сердца и других органов. Все исследования и наблюдения проводятся без нарушения нормальной жизнедеятельности организма. В этом ценность метода меченых атомов.

Лечебное применение радионуклидов в основном связано с использованием γ -излучения (γ -терапия). Гамма установка (кобальтовая пушка) содержит защитный свинцовый контейнер с ^{60}Co . Применение γ -излучения с большой энергией позволяет разрушить глубоко расположенные опухоли. Поверхностно расположенные органы подвергаются меньшему губительному воздействию. Радиоактивный кобальт применяется и для внутритканевого облучения. В ткань вкалывается игла, содержащая тонкий штифт из радиоактивного кобальта.

Для лечения онкологических заболеваний применяются α -частицы в комбинации с потоками нейтронов. В опухоль вводят элементы, ядра которых под действием потока нейтронов вызывают ядерную реакцию с образованием α -излучения. Например,



Таким образом, α -частицы и ядра отдачи образуются в том месте органа, который необходимо подвергать воздействию.

В лечебных целях (лечение болезней крови) используется радиоактивный фосфор $^{32}_{16}\text{P}$, который концентрируется в компактном веществе трубчатых костей. Распадаясь с излучением β -частиц, он облучает костный мозг и при этом нормализует нарушенное при определённых заболеваниях кровообращение. Для аналогичных целей по отношению к щитовидной железе используют радиоактивный йод $^{131}_{53}\text{I}$, дающий электронное излучение.

Применяется также радоновая терапия, при которой минеральные воды, содержащие ^{222}Rn и его продукты, используются для воздействия на кожу (радоновые ванны), органы пищеварения (питьё), органы дыхания (ингаляция).

Существуют и другие примеры лечебного воздействия ионизирующего излучения радионуклидов и нейтронов на организм человека и животного.

ЛЕКЦИЯ №25

ДОЗИМЕТРИЯ ИОНИЗИРУЮЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ.

1. Поглощённая и экспозиционная дозы. Мощность дозы.

Количественная оценка действия ионизирующего излучения на вещество живой и неживой природы привела к появлению раздела физики, называемого дозиметрией.

Дозиметрией называется раздел ядерной физики и измерительной техники, в котором изучаются величины, характеризующие действие ионизирующего излучения на вещество, а также методы и приборы для их измерения.

Первичное развитие дозиметрии было обусловлено, прежде всего, необходимостью учёта действия рентгеновского излучения на человека.

Действие на вещество обусловлено не всем падающим на него излучением, а только той частью, которая взаимодействует с его атомами и молекулами. Та часть излучения, которая проходит данное тело насквозь без поглощения, действия на него не оказывает. Ввести универсальные дозиметрические величины и единицы их измерения затруднительно, так как эффективность действия излучения зависит от многих факторов. Поэтому основной величиной, характеризующей действие ионизирующего излучения на вещество, является энергия излучения, поглощённая единицей массы вещества за время облучения. Эта величина называется поглощённой дозой (Д). Различные эффекты ионизирующего излучения, прежде всего, определяются поглощённой дозой. Она сложным образом зависит от вида ионизирующего излучения, энергии его частиц, состава облучаемого вещества и пропорциональна времени облучения. Единицей поглощённой дозы для любого вида излучения является "Грей" (Гр). За 1 Гр принимается доза излучения, при которой облучённому веществу массой 1 кг передаётся энергия ионизирующего излучения в 1 Дж, т.е. $1 \text{ Гр} = 1 \text{ Дж/кг}$.

Дозу облучения, отнесённую ко времени, называют мощностью дозы ($P = D/t$). Мощность дозы выражается в Гр/с (Гр/с).

Внесистемной единицей дозы излучения, применяемой в радиобиологии, является рад. Рад – есть доза любого вида ионизирующего излучения, при которой 1г вещества поглощает энергию излучения, равную 100 эрг. $1 \text{ Гр} = 100 \text{ рад}$; $1 \text{ рад} = 10^{-2} \text{ Гр}$. Мощность дозы измеряется в рад/с.

Для нахождения поглощённой дозы излучения следует измерить энергию ионизирующего излучения, падающего на тело, затем энергию, прошедшую сквозь тело, и их разность разделить на массу тела.

Однако практически в человеческом организме это сделать трудно, т.к. тело неоднородно, энергия рассеивается телом по всевозможным направлениям. Таким образом, вполне конкретное физическое понятие поглощённой дозы оказывается сложным для определения в биологических экспериментах. В связи с этим оценивают поглощённую телом дозу по ионизирующему действию излучения на воздух, окружающий тело. Для характеристики дозы по эффекту ионизации, вызываемому в воздухе, используется так называемая экспозиционная доза рентгеновского или γ -излучений (X). Следует запомнить, что экспозиционная доза определяется только для воздуха и только для квантового излучения. Важным достоинством этой дозы является то, что для её измерения существует простой физический метод, заключающийся в измерении суммарного заряда ионов, образовавшихся под действием излучения. За единицу экспозиционной дозы принят 1 Кл/кг – экспозиционная доза фотонного излучения, при которой суммарный заряд ионов одного знака, производимых в 1 кг облученного воздуха, равен 1 Кл.

Полная ионизация воздуха подразумевает эффект как от первичного действия ионизирующего излучения, так и от всех происходящих при этом вторичных процессов, в частности от действия вторичных электронов и ядер отдачи. На практике используют старую внесистемную единицу, называемую рентгеном (Р). Экспозиционная доза в 1Р соответствует образованию $2,08 \cdot 10^9$ пар ионов в 0,001293г (в 1см³) сухого воздуха: 1Кл/кг = 3876 Р, т.е. новая единица намного крупнее старой.

Единицей мощности экспозиционной дозы является 1 А/кг, а внесистемной единицей 1Р/с. Так как поглощённая доза пропорциональна падающему ионизирующему излучению, то между экспозиционной и поглощённой дозами должна быть пропорциональная зависимость $D=fX$, где f – определённый переходный коэффициент, зависящий от ряда причин и, прежде всего, от облучаемого вещества и энергии фотонов. Легко подсчитать величину f , если облучаемым веществом является воздух. Установлено, что для воздуха экспозиционной дозе в 1Р соответствует поглощённая доза, равная 0,88 рад. В этом случае $D=0,88X$, $f=0,88$. Для воды и мягких тканей человека $f=1$, следовательно, поглощённая доза в радах равна экспозиционной дозе в рентгенах. Этим в определённой мере обусловлено удобство использования единиц – рада и рентгена.

Действие излучения, особенно на ткани организма, зависит не только от общей поглощённой дозы, но и от мощности излучения. Для точечных источников излучений мощность экспозиционной дозы уменьшается с расстоянием по закону $P = K_{\gamma} \frac{A}{R^2}$, где K_{γ} – ионизаци-

онная постоянная или гамма-постоянная радиоактивного изотопа, зависящая от его природы. Таким образом, степень влияния излучения на организм зависит от природы радиоактивного изотопа (K_γ), его активности (A) и расстояние (R) от человека до источника.

Гамма-постоянная – это мощность дозы излучения в Р/с, созданная гамма-лучами данного радиоактивного изотопа на расстоянии 1см от точечного источника, если его активность 1мКи. Экспозиционную дозу в этом случае можно оценить из соотношения $X = K_\gamma \frac{A}{R^2} \cdot \Delta t$, где Δt – время облучения.

2. Количественная оценка биологического действия ионизирующего излучения. Эквивалентная доза. Эквивалентная эффективная доза. Коллективная доза.

Для защиты от радиоактивного излучения важно знать его воздействие на живую ткань. Для любого вида излучения биологическое действие обычно тем больше, чем больше поглощённая доза. Однако опыт показывает, что действие ядерных излучений на ткани живого организма определяется не только дозой, но и природой ионизирующего излучения. Тяжёлые частицы (α -частицы, нейтроны протоны, быстрые ионы) производят больше физиологических нарушений, чем лёгкие (β , γ и R-лучи). Особенно опасны сильно проникающие потоки нейтронов.

В дозиметрии принято сравнивать биологические эффекты различных видов излучений с соответствующими эффектами, вызванными рентгеновскими или γ -излучением.

Различия в величине радиоактивного воздействия можно учесть, приписав каждому излучению свой коэффициент качества излучения (K). Рентгеновское излучение, гамма-кванты и β -частицы поражают органическую ткань примерно одинаково, и для них $K=1$. Для α -частиц $K=20$, т.е. считается, что они в 20 раз опаснее при попадании внутрь организма, чем γ -излучение. Для протонов и нейтронов $K=10$ и т.д.

В радиобиологии вместо коэффициента качества используется величина, называемая относительной биологической эффективностью (ОБЭ). Она равна отношению поглощённой дозы стандартного (рентгеновского, гамма) излучения, вызывающей определённый биологический эффект, к поглощённой дозе изучаемого вида радиации, дающей тот же эффект. Эта величина характеризует так же качество излучения, поэтому $ОБЭ=K$.

Для учёта поражающего действия на организм различных видов излучений со своими коэффициентами качества применяется понятие

эквивалентная доза (D_3), которая связана с поглощённой дозой соотношением: $D_3 = KД$.

Так как K является безразмерным коэффициентом, то эквивалентная доза излучения имеет ту же размерность, что и поглощённая доза, однако называется Зивертом (Зв). Внесистемная единица эквивалентной дозы – бэр (биологический эквивалент рентгена):

$$1 \text{ бэр} = 10^{-2} \text{ Зв}; \quad 1 \text{ Зв} = 100 \text{ бэр}.$$

Эквивалентная (биологическая) доза в бэрах равна поглощённой дозе в рэдах, умноженной на K :

$$D_3 (\text{бэр}) = KД (\text{рад}).$$

Эквивалентная доза рассчитывается для “средней” ткани человеческого тела. Но дозы приходится определять и для отдельных органов. В частности, это необходимо в лучевой терапии опухолей, когда не требуется облучать всё тело.

По отношению к ионизирующим излучениям органы и биологические ткани имеют разную радиочувствительность. Сильнее всего поражаются костный мозг и половые органы, а, например, нервная ткань весьма устойчива к радиации.

Учёт радиочувствительности производят с помощью коэффициентов радиационного риска (КР). Значения этих коэффициентов для тканей и органов человека при равномерном облучении всего тела приведены в таблице:

Красный костный мозг	– 0,12
Костная ткань	– 0,03
Щитовидная железа	– 0,03
Молочные железы	– 0,15
Лёгкие	– 0,12
Яичники или семенники	– 0,25
Другие органы	– 0,30
Организм в целом	– 1,00

Если КР для молочной железы 0,15, то это означает, что облучение молочной железы дозой 1Зв приводит к такому же поражению организма, как облучение дозой 0,15Зв всего тела.

Таким образом, если известно, какие органы и какими дозами облучены (что особенно важно знать при поступлении радиоактивности с пищей, водой, вдыхании воздуха с последующим накоплением в определённых органах), то, умножив эквивалентные дозы на соответствующие коэффициенты риска и просуммировав по всем органам и тканям, получим эквивалентную эффективную дозу (ЭЭД), отражающую суммарный эффект индивидуального облучения для организма. Она также измеряется в Зивертах.

Зная индивидуальные дозы и просуммировав их по группе облученных людей, можно получить коллективную эффективную эквива-

лентную дозу в человеко-Зивертах. Коллективную дозу можно рассчитать для отдельного посёлка, области, республики. Таким образом, коллективная доза – объективная оценка масштаба радиационного поражения. Если какое-то количество людей продолжает жить на загрязнённой радионуклидами территории в условиях длительного воздействия радиации и известны закономерности изменения радиационного воздействия, то можно рассчитать ожидаемую коллективную эффективную эквивалентную дозу (измеряется тоже в человеко-Зивертах) на определённый предстоящий период времени. Например, в результате аварии на ЧАЭС произошло загрязнение значительной территории радиоактивностью сложного изотопного состава. Оценка ожидаемой коллективной дозы с учётом распадающихся радионуклидов важна для прогнозирования неблагоприятных последствий для живущих и будущих поколений и служит ориентиром для принятия решений.

3. Дозы естественного облучения.

На биосферу Земли непрерывно действует космическое излучение, а также потоки α -, β -частиц, γ -квантов в результате излучения различных радионуклидов, рассеянных в земной коре, воде подземных источников, реках, морях, океанах, в воздухе. Кроме того, радионуклиды входят в состав живых организмов. Совокупность излучений этих радиоактивных источников называется естественным радиоактивным излучением. Наиболее распространённые на Земле радионуклиды – это ^{220}Rn , ^{222}Rn и ^{40}K , а также радионуклиды, составляющие ряд урана.

Изотоп радона ^{222}Rn распадается и даёт α -излучение, которое сопровождается испусканием γ -фотона.

В массе стабильного ^{40}K всегда содержится около 0,01% изотопа ^{40}K , ядра которого, распадаясь, образуют ^{40}Ca , β - и γ -излучение. Этот изотоп калия содержится в почве, удобрениях, а также в головном мозге, мышцах, селезёнке и костном мозге. Так у человека массой 70кг содержится в организме около 0,021г радионуклида ^{40}K . Период полураспада ^{40}K составляет $1,3 \cdot 10^9$ лет. Легко рассчитать, что каждую секунду в нашем организме распадается $5 \cdot 10^3$ атомов ^{40}K . Но это не представляет для нас опасности, и, по-видимому, является необходимым для развития организма, так как зарождение и развитие жизни на Земле всегда сопровождалось этим процессом.

Космическое излучение состоит из потоков протонов, α -частиц, ядер некоторых элементов, потоков электронов, фотонов и нейтронов. Частицы высоких энергий, взаимодействуя с атмосферой, образуют в результате ядерных реакций серию радионуклидов (^3H , ^7Be , ^{22}Na) и

потоки нейтронов и протонов. Это вторичное излучение проникает в нижние слои атмосферы и воздействует на биосферу.

В результате этого природного как внешнего, так и внутреннего облучения средняя мощность дозы составляет около 2 мЗв в год (200 мбэр). Причём примерно 2/3 этой дозы (135 мбэр) человек получает от радиоактивных изотопов, попавших в организм с пищей, водой, воздухом (внутреннее облучение) и 65 мбэр от внешнего облучения. Важно отметить, что природный радиоактивный фон, оказывая влияние на развитие жизни на Земле, является неотъемлемой частью сферы обитания человека. Нарушения радиоактивного фона опасны для существования биосферы и могут привести к непоправимым последствиям.

Причиной увеличения радиоактивного фона является деятельность человека. Создание крупных промышленных предприятий, энергетических источников, военной техники и др. могут приводить к локальным изменениям фона. Но наиболее опасными причинами являются выбросы радиоактивных частиц, которые могут возникнуть при ядерных взрывах или при эксплуатации атомных электростанций (АЭС). Так, например, при аварии на Чернобыльской АЭС произошли выбросы, радионуклидов: ^{131}I (период полураспада $T=8$ дней, даёт γ -излучение), ^{90}Sr ($T=28$ лет, даёт β -излучение), ^{137}Cs ($T=30$ лет, даёт β - и γ -излучения). Эти изотопы могут накапливаться в организме, вызывая в нём нарушения деятельности, как отдельных органов, так и организма в целом. Так, ^{131}I накапливается в щитовидной железе, и уже 0,35 мг радиоактивного йода опасна для жизни (ежесуточная потребность стабильного йода около 150 мг). Изотоп ^{90}Sr накапливается в костной ткани, а изотоп ^{137}Cs равномерно распределяется в клетках организма.

Предельно допустимой биологической дозой для человека при профессиональном облучении считается 5 бэр в год. Для населения установлена предельная доза в 10 раз меньшая – 0,5 бэр в год. Минимальная летальная доза условно принята 600 бэр при облучении всего тела.

Иногда радиоактивный фон оценивается по мощности излучения. Так нормальный естественный фон не должен превышать 20 мкР/ч. Для районов, подвергшихся радиоактивному загрязнению в результате чернобыльской аварии установлены нормы: для зоны эвакуации – 5 мР/ч и для зоны отчуждения – 20 мР/ч. Предельно допустимая удельная активность загрязнённой площади считается равной 15 Ки/км². Установлены и нормы удельной активности радионуклидов в продуктах питания: зерно для хлебопродуктов $1,6 \cdot 10^{-8}$ Ки/кг; мука, крупа – $1 \cdot 10^{-8}$ Ки/кг; детское питание всех видов – $1 \cdot 10^{-8}$ Ки/кг.

4. Дозиметрические приборы.

Дозиметрическими приборами или дозиметрами называются устройства для измерения доз ионизирующих излучений, или величин, связанных с дозами.

В этих приборах для измерения излучений всегда имеются устройства, называемые детекторами, в которых энергия ионизирующего излучения преобразуется в электрический сигнал. Поскольку в поглощающем веществе частица или фотон растрачивают свою энергию на образование заряда от ионизации, то по величине электрического сигнала можно судить об их энергии и о количестве зарегистрированных актов распада.

Существуют разнообразные детекторы излучений. Наиболее распространёнными детекторами являются: ионизационная камера, счётчик Гейгера-Мюллера, полупроводниковые и сцинтилляционные детекторы.

В ионизационной камере поглощающим веществом служит газ в пространстве между двумя электродами. Попадающие в камеру частицы и фотоны излучения вызывают появление заряда. Ток насыщения, возникающий в камере, характеризует интенсивность излучения.

В счётчиках Гейгера-Мюллера ионизация, созданная излучением, вызывает кратковременный разряд, который можно усилить и зарегистрировать.

Высокопроникающие γ -кванты в газе редко производят ионизацию. При этом ионов так мало, что зарегистрировать это излучение ионизационными камерами трудно. В этом случае применяют полупроводниковые или сцинтилляционные детекторы. В полупроводниковом детекторе поглощение происходит не в газе, а в полупроводниковом материале.

В сцинтилляционных детекторах прохождение γ -излучения вызывает световые вспышки, которые преобразуются в электрические импульсы и усиливаются фотоэлектронным умножителем. Для каждого вида излучения подбирают свой подходящий детектор. Дозиметры могут быть рассчитаны на регистрацию доз какого-либо определённого вида излучения или регистрацию смешанного излучения.

Приборы для измерения экспозиционной дозы (или мощности дозы) рентгеновского и гамма-излучения называются рентгенметрами. В качестве детектора ионизирующего излучения обычно у них является воздушная ионизационная камера, в которой собирается заряд от ионизации γ -квантами за некоторый промежуток времени. Для того чтобы измерить поглощённую дозу в органической ткани, нужны тканезэквивалентные (подобные тканям человеческого тела) детекторы, например, пластмассовые сцинтилляторы.

Можно применять и другие детекторы, например, ионизационные счётчики, но такой дозиметр предварительно необходимо прокалиб-

ровать, причём для каждого вида излучения нужны свои поправочные коэффициенты.

Дозиметры разделяют на две группы:

а) приборы, в которых непосредственно измеряется заряд, образовавшийся в ионизационной камере под действием излучения. По устройству это чаще всего конденсаторные дозиметры, измерительным прибором служит электрометр, шкала которого проградуирована в единицах экспозиционной дозы;

б) приборы, в которых возникает ток в связи с действием ионизирующего излучения.

Принцип работы конденсаторного дозиметра заключается в следующем.

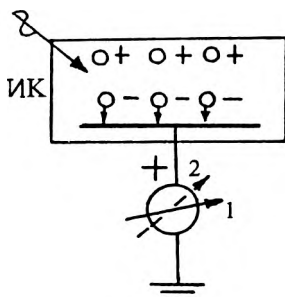


Рис.1

Один из электродов ионизационной камеры соединён с чувствительным электрометром (рис.1), который предварительно заряжен до некоторого потенциала ϕ_1 . При этом на них образуется заряд $q_1 = C\phi_1$, где C – ёмкость электрода вместе с электрометром. После облучения в камере (объём V) образуются ионы двух знаков. Ионы, знак которых противоположен знаку электрода, притягиваются к нему и частично нейтрализуют его заряд. Потенциал снижается до значения ϕ_2 . Тогда заряд, образованный в камере под действием излу-

чения: $\Delta q = q_1 - q_2 = C \cdot (\phi_1 - \phi_2)$. Соответствующая экспозиционная

доза (в рентгенах): $X = \frac{\Delta q}{V} = \frac{C \cdot (\phi_1 - \phi_2)}{V} = K \cdot (\phi_1 - \phi_2)$, где K – ко-

эффициент пропорциональности, установленный при градуировке прибора. Таким образом, доза X определяется по разности показаний электрометра в начале и в конце измерения.

Конденсаторные дозиметры весьма чувствительны и точны. В качестве примера опишем дозиметр (КИД-1), предназначенный для измерения небольших доз рентгеновского или γ -излучения в процессе индивидуального контроля для работающих с ионизирующим излучением в лабораторных условиях. В этот комплекс входит набор индивидуальных дозиметров (20 или 50), камера которых по форме напоминает авторучку, и общего измерительного устройства (состоит из зарядной и измерительной камеры). Камера такого дозиметра содержит небольшой объём воздуха, но стенки её сделаны из лёгкого ионизирующего “воздухозэквивалентного” вещества (бакелит, плексиглас и т.д.). В камере обеспечиваются условия полной ионизации. Зарядное устройство представляет собой источник постоянного напряжения. Дозиметр в начале рабочего дня заряжается. В конце рабочего дня,

чтобы установить дозу облучения камеры, а, следовательно, и человека, у которого находился дозиметр, измеряют остаточный потенциал и, сравнивая его с потенциалом при зарядке камеры, устанавливают искомую дозу.

В дозиметрах, основанных на измерении тока в ионизационной камере, напряжение между электродами должно быть достаточно большим, чтобы обеспечить ток насыщения, т.е. условия, при которых ток между электродами пропорционален только количеству ионов, образующихся в камере под действием излучения в единицу времени. При этом сила тока в камере прямопропорциональна мощности дозы

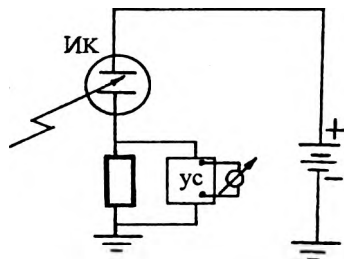


Рис.2

излучения, действующего на неё. Ток ионизационной камеры очень мал и непосредственное его измерение затруднительно. Обычно в цепь электродов ИК последовательно включается достаточно большое сопротивление R (рис.2). Падение напряжения от ионизационного тока с R подаётся на усилитель, в выходную цепь которого включен измерительный прибор. Шкала прибора градуируется в мкР/с или мкР/ч (единицах мощности дозы).

Дозиметры питаются от батарей или от сети переменного тока.

Дозиметр типа ДКЗ-1 применяется для контроля защиты помещения от рентгеновского и γ -излучения. Аналогичный по назначению дозиметр МРМ-1 или МРМ-2 (микрорентгенметр, ионизационная камера вынесена отдельно от прибора) применяется в лечебных и рентгенотерапевтических кабинетах. Существуют дозиметры, детекторами которых являются газоразрядные счётчики.

С помощью дозиметра можно измерять также и активность γ -препаратов. Для этого изотоп по возможности в форме точечного источника помещают на определённом расстоянии от центра ионизационной камеры. Затем измеряют мощность дозы и вычисляют активность вещества, исходя из приведённой выше формулы: $P = K_{\gamma} A/R^2$.

Для измерения активности радиоактивных изотопов применяются приборы, называемые радиометрами. Городские и районные СЭС используют в работе дозиметры типа СРП-68-01. Используются и радиометры типа ДП-5, предназначенные для гражданской обороны и обладающие небольшой точностью. Для индивидуального использования населением с целью контроля радиационной обстановки на местности, в жилых и рабочих помещениях используют дозиметр-радиометр АНРИ-01-02 "СОСНА" и др.

Библиотека ВГМУ



Учебное издание
Баранов Александр Петрович, Клименок Михаил Федотович

КУРС ЛЕКЦИЙ ПО МЕДИЦИНСКОЙ И БИОЛОГИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

Учебное пособие

Редактор Ю.Н. Деркач
Технический редактор И.А. Борисов
Компьютерная верстка П.Г. Адаменко
Корректор А.П. Баранов

Подписано в печать 30.01.02. Формат бумаги 64х84 1/16.
Бумага типографская №2. Гарнитура ТАЙМС. Усл. печ. листов 14,05.
Уч.-изд. л. 13,74. Тираж 500 экз. Заказ № 760.
Налоговая льгота – Общегосударственный классификатор
Республики Беларусь ОКРБ 007-98, ч.1; 22.11.20.600
Витебский государственный медицинский университет.
Лицензия ЛВ № 91 от 22.12.97.
210602, Витебск, Фрунзе, 27

Отпечатано на ризографе в Витебском государственном
медицинском университете.
Лицензия ЛП № 326 от 05.01.99.
210602, Витебск, Фрунзе, 27
Тел. (8-0212) 246256
Преплет изготовлен в РИПЦ ВГМУ